Bruchzahlen, Maße und Größen

DER ROTE FADEN durch die Lehrveranstaltung

UNIT 1:

Ausgangslage ... (ASSESS)

Maß aller Dinge? Der Lehrplan ...

Ein Blick in den Lehrplan zeigt ...

UNIT 2:

Fachliche Kompetenz

Der Übergang von $\mathbb{N}$ auf $\mathbb{Q}$ ist nicht intuitiv abgesichert.

Nachfolger, Zahl in der Mitte, größer / kleiner

UNIT 3:

Das Schulbuch

Schulbuch ausfüllen genügt?

UNIT 4

Weitere Diagnosefragen zum Thema

Rund um Größen, Maße und Bruchzahlen …!

UNIT 5:

Bruchzahlen | Primarstufe

Einstieg in das Thema für die Primarstufe (erste und zweite Aktivität)

UNIT 6:

Bruchzahlen und Flächenmaße | Primarstufe

Dritte und vierte Aktivität

UNIT 7:

Bruchzahlen und Längenmaße| Primarstufe

Fünfte und sechste Aktivität

Hintergrund ausleuchten ...

Stichworte

Lehrerzimmergespräche: „Bruchzahlen und Klasse 2A“

Schüler:innensicht / Student:innensicht: „Total waste of time“

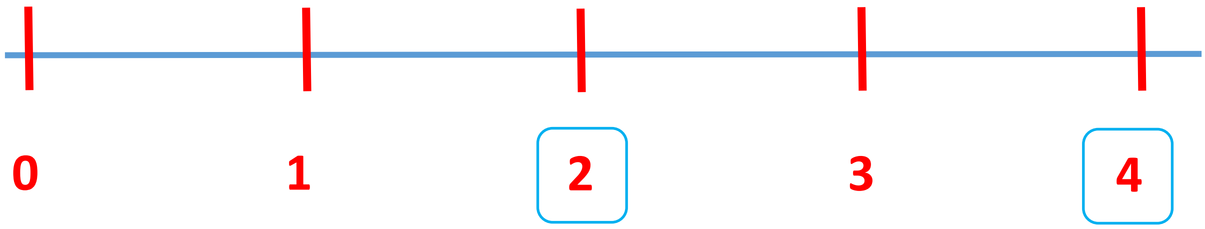
Learning vs. Performance | Soderstrom – Bjork paper | Interleaving | Spacing | Making it difficult – paper – in a good way

Making things hard on yourself, but in a good way: Creating desirable difficulties to enhance learning

Diagnostic Questions | Testing-Effect | Retrieval Practice

Übergang von $\mathbb{N}\ auf$ ...

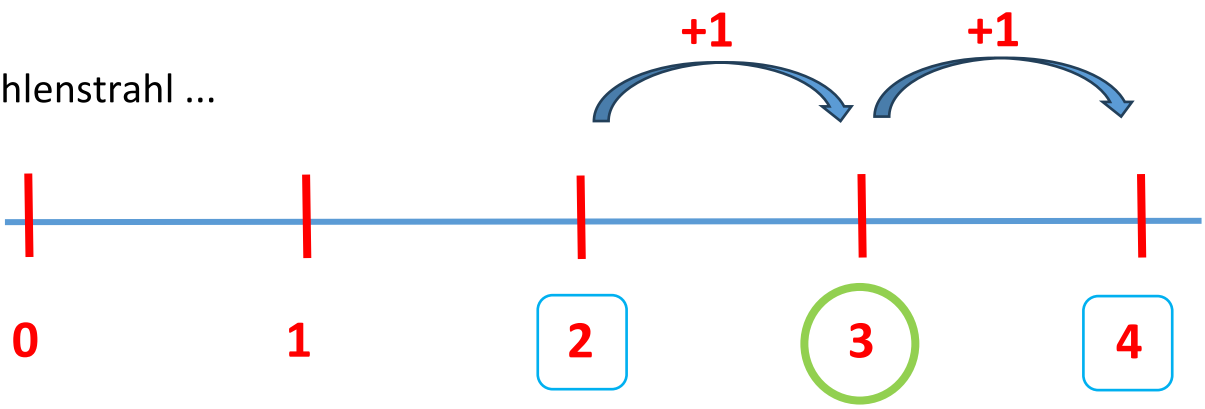
Zahlenstrahl ...

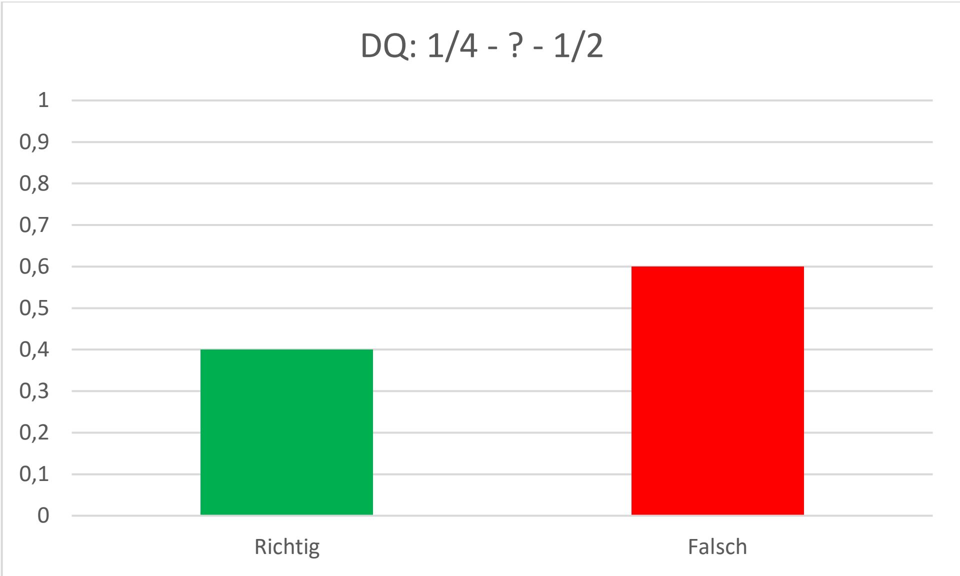


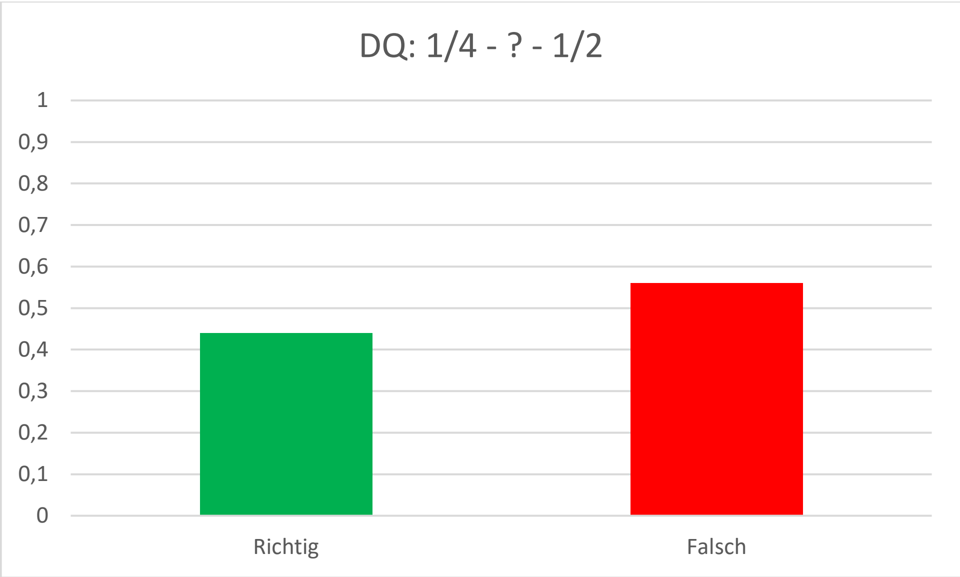
„Zahl exakt in der Mitte von ...“

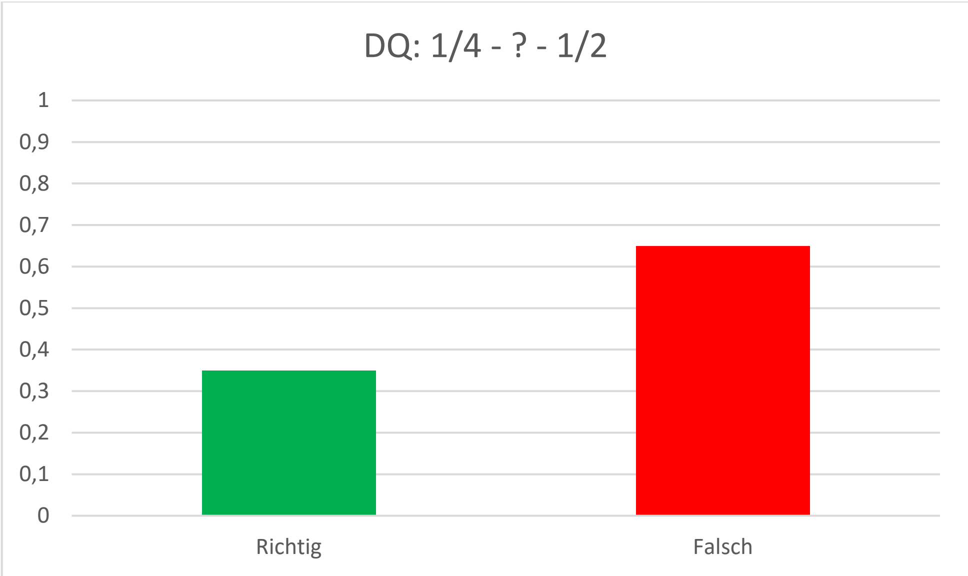
„Zahl exakt in der Mitte von ...“

Zahlenstrahl ...




DQ: 1/4 - ? - 1/2
1
0,9
0,8
0,7
0,6
0,5
0,4
0,3
0,2
0,1
0
Richtig
Falsch


DQ: 1/4 - ? - 1/2
1
0,9
0,8
0,7
0,6
0,5
0,4
0,3
0,2
0,1
0
Richtig
Falsch


DQ: 1/4 - ? - 1/2
1
0,9
0,8
0,7
0,6
0,5
0,4
0,3
0,2
0,1
0
Richtig
Falsch

Bevor wir beginnen ...

Aufwärmübung ...

ASSESS | Bestandsaufnahme

45 min

Lehre > GMBruch > ASSESS > INFO.pdf

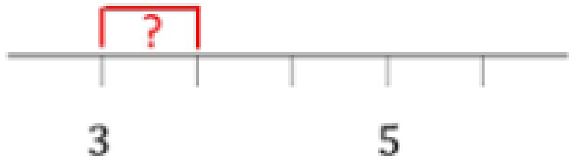
2. März | Grp. A | 20 TN

2. März | Grp. E | 25 TN

5. März | Grp. D | 20 TN

Eedi

What is the width of each of the intervals on the number line?



A: $\frac{3}{5}$

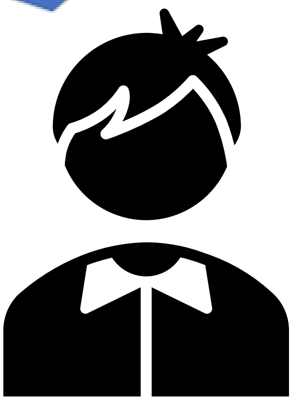
B: $\frac{1}{3}$

C: $\frac{1}{2}$

D: $\frac{2}{3}$

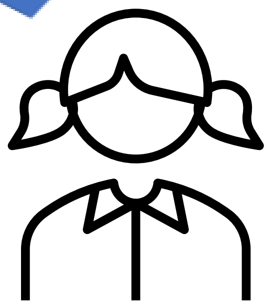
Can you explain what mistake
each of these students has made?

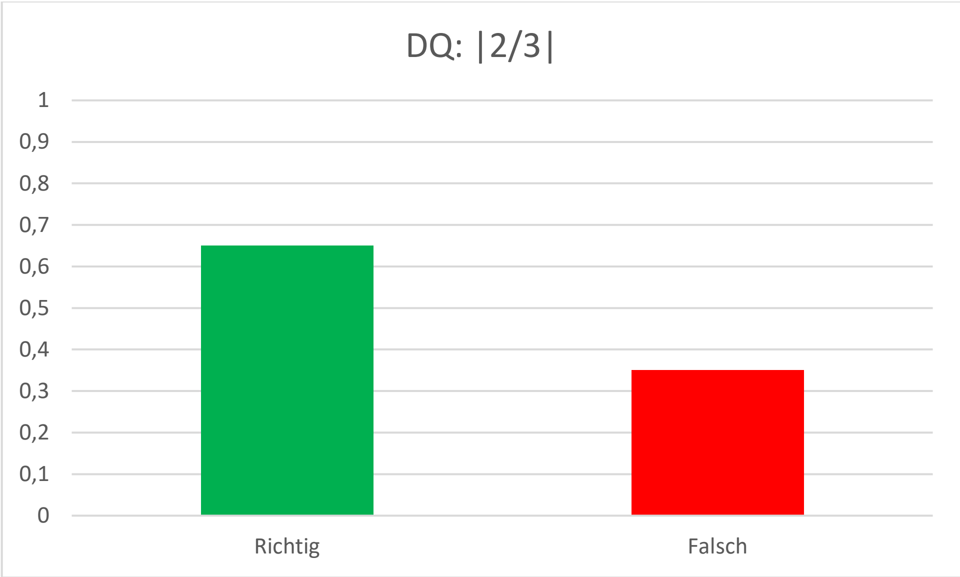
I think the answer is A because you just do the 3 at one end divided by the 5 at the other to split the line up

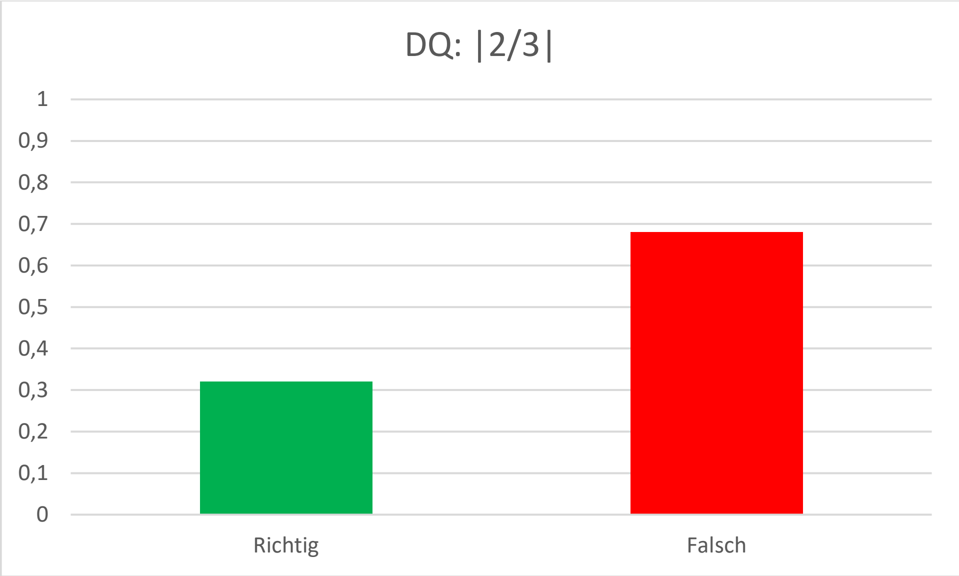


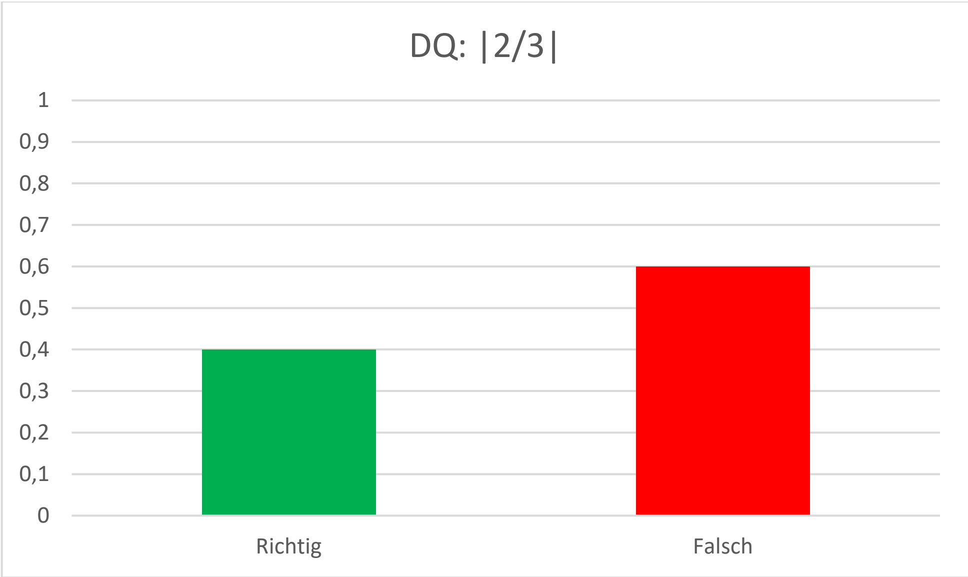
How would you convince each student that their answer is not right?

I think the answer is B because there are 3 dashes between 3 and 5 which gives us the denominator for the answer. As it has only highlighted one dash the answer becomes 1/3.




DQ: |2/3|
1
0,9
0,8
0,7
0,6
0,5
0,4
0,3
0,2
0,1
0
Richtig
Falsch

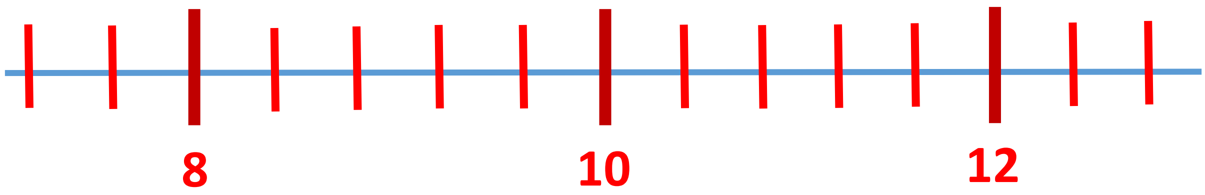

DQ: |2/3|
1
0,9
0,8
0,7
0,6
0,5
0,4
0,3
0,2
0,1
0
Richtig
Falsch


DQ: |2/3|
1
0,9
0,8
0,7
0,6
0,5
0,4
0,3
0,2
0,1
0
Richtig
Falsch

Cold Call

(Teach Like a Champion) | Doug Lemov

Zahlenstrahl ...



Was soll gerecht aufgeteilt werden?

In wie viele Teile muss fair aufgeteilt werden?

Retrieval Practice | Testing-effect

What is Retrieval Practice?

https://www.retrievalpractice.org/

https://youtu.be/ZO8abw3DHxs

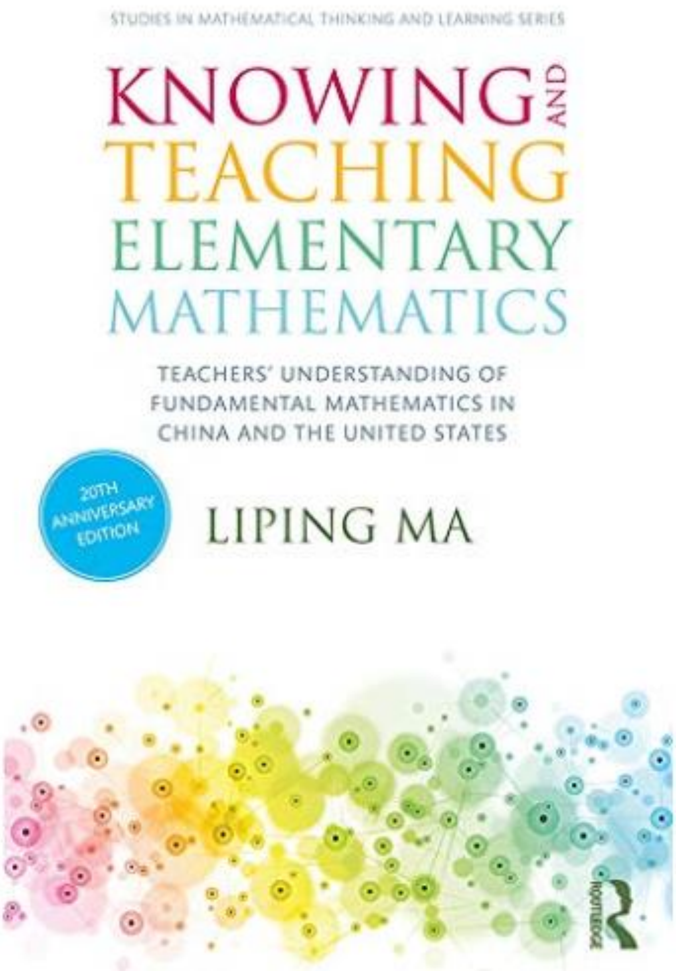
Hier im “Trainingsmodus” …

Maße 1 – Fill out form

Warum mir die fachliche Kompetenz einer Lehrperson so wichtig ist ..

Verweis auf eine Studie, publiziert in: **Knowing and Teaching Elementary Mathematics: Teachers' understanding of fundamental mathematics in China and the United States**

Liping Ma (2020)



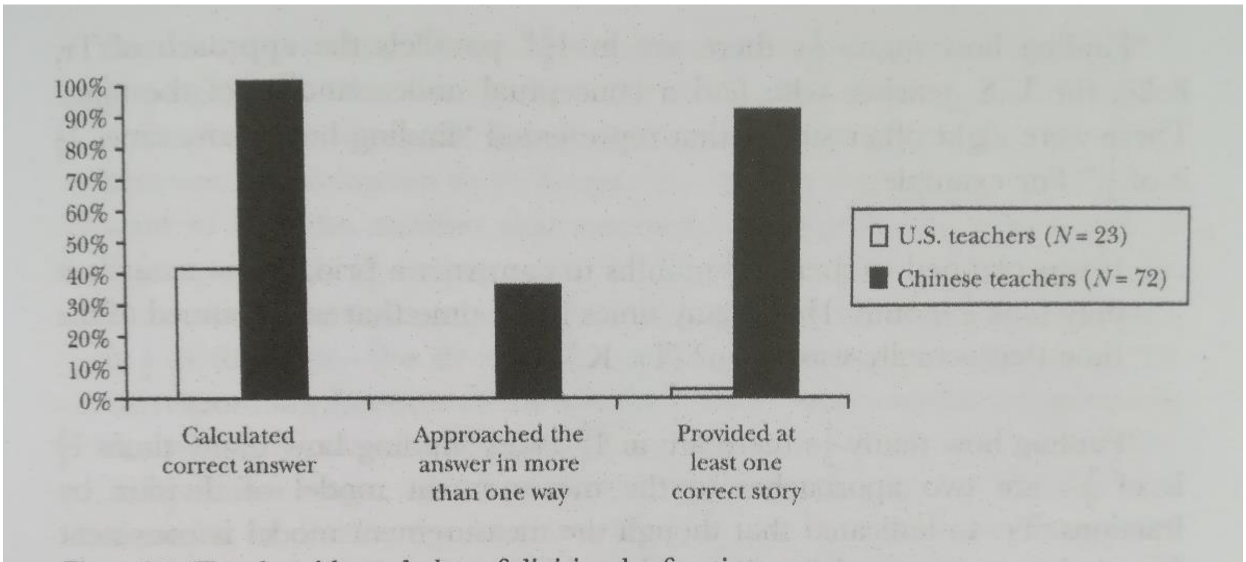


Figure 3.1 Teachers' knowledge of division by fractions.

Hintergrund zu dieser Studie … (Aufgabenstellung)

Story: 12 : 4

Erzeugung von Bedeutung für einen mathematischen Ausdruck …

Interactive Direct Instruction

Frage: „Wie kann ich mir ein Zusammenzählen von $\frac{1}{2}$ und $\frac{1}{3}$ überlegen – im Sinne einer Rechengeschichte?“

Antwort einer Schülerin: „Ich zeichne eine halbe Pizza und dann noch ein Drittel einer Pizza und zähle alles zusammen: 0,5 + 0,3 = 0,8“

In der Volksschule ???

Anmerkung: Hier ist einiges zu kritisieren …

Mathematische Sprechweisen und mathematische Schreibweisen:

„Drei Ganze drei Viertel“ oder $3 + \frac{3}{4}$

Arbeitsauftrag wird besprochen: Finden Sie eine sinnstiftende Rechengeschichte für die vorgestellte Aufgabenstellung aus der Studie von Liping Ma. Hilfestellung: Bestimmen Sie zunächst die korrekte Antwort für die Aufgabe!

Anmerkung: Antworten in Dezimalzahl-Schreibweise werden nicht akzeptiert!

Aussage: „Das ist ja viel zu kompliziert für die Kinder. Warum können wir nicht einfach mit Kommazahlen arbeiten?“

Manchmal wird Vertrautheit mit Einfachheit gleichgesetzt.

Um uns selbst jenen Schwierigkeiten auszusetzen, die wir ohne zu zögern unseren Schüler:innen zumuten, müssen wir das Zahlensystem wechseln …

Es stellt sich somit die Frage: …

Die Vertrautheit mit „Kommazahlen“ mag für Maturantinnen / Maturanten gelten (hoffentlich auch für Schülerinnen und Schüler am Ende der Sekundarstufe I), aber mit Sicherheit nicht für Volksschülerinnen und Volksschüler.

Vertrautheit ist nicht dasselbe wie Verständnis

Retrieval Practice

Im Dualsystem …

„$(11{,}11)_2$“

Die „Zahl in der Mitte“

„$\frac{1}{3} - x - \frac{1}{4}$“

Besprechung der Modalitäten für diese Lehrveranstaltung

Beurteilungsschema:

Die Beurteilung ergibt sich durch die schriftliche Abfassung von Arbeitsaufträgen, welche Sie im moodle Kurs finden.

Anmerkung: Vorbehaltlich einer mündlichen Kontrolle in einer der nachfolgenden Veranstaltungen.

Hinzu kommt Ihre Arbeitsleistung während der Lehrveranstaltung (Stickwort: Retrieval Practice Beipiele)

Einhaltung der Deadlines:

Es gelten die im Abschnitt „Allgemeines“ angeführten **Deadlines** – ersichtlich im moodle Kurs.

Eine Zeitreise:

1/6 Jahrhundert zurück!

Der Griff zum Taschenrechner – oder doch „fair aufteilen“

„Ein Sechstel Jahrhundert“

Das Schulbuch:

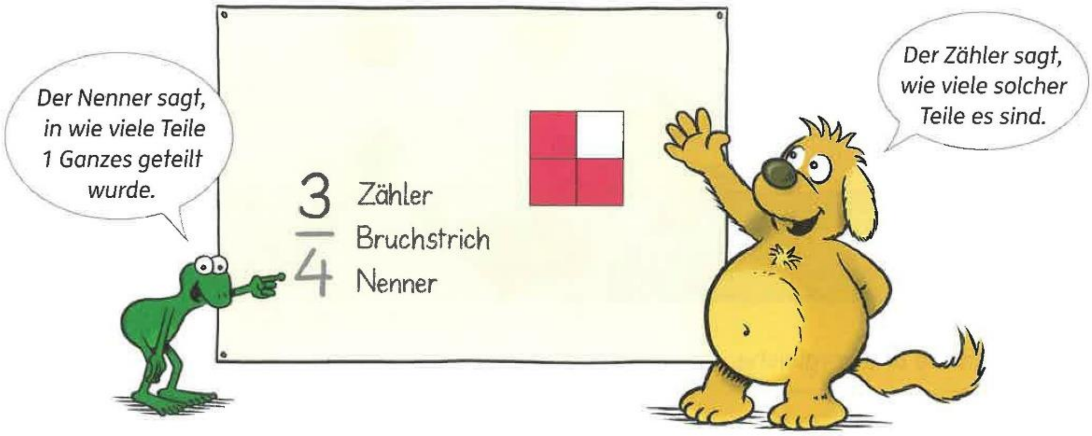
Ausgangspunkt für einen ersten Diskurs:

„Der Mann mit dem Hud geht mit seinem Hunt aus dem Haus“ wird wohl in keinem Schulbuch zu lesen sein …

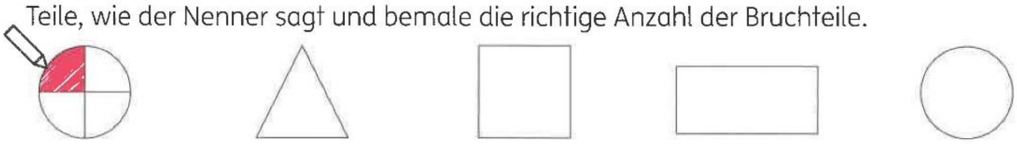
Unser Mathebuch bitte herausholen
„Zahlen und Rechnen Heft – TEIL A und auf
Seite 77 aufschlagen! Gut, dann fangen wir an …

AUFGABE 1:

Brüche



1 Teile, wie der Nenner sagt und bemale die richtige Anzahl der Bruchteile.



$\frac{1}{4}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{3}{8}$ $\frac{3}{4}$ $\frac{7}{8}$

AUFGABE 2

Berechne die Zahl, die dem bemalten Teil entspricht.

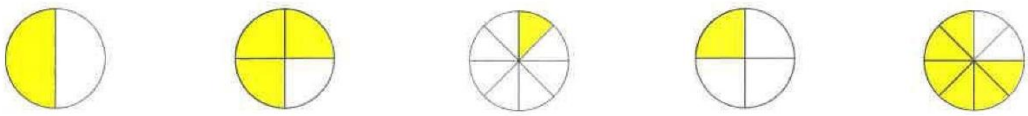
1 ganze Klasse = 24 Kinder	$\frac{1}{2}$ von 24 = ___	$\frac{1}{4}$ von 24 = ___	$\frac{3}{4}$ von 24 = ___
1 ganze Schachtel = 200 Bausteine	$\frac{1}{2}$ von ___ = ___	$\frac{1}{8}$ von ___ = ___	$\frac{7}{8}$ von ___ = ___
1 ganzes Regal = 72 Bücher	$\frac{1}{4}$ von ___ = ___	$\frac{3}{4}$ von ___ = ___	$\frac{2}{8}$ von ___ = ___

Teile nun die Zahlen.

440	$\frac{1}{2}$ = ___	$\frac{1}{4}$ = ___	$\frac{3}{4}$ = ___	$\frac{1}{8}$ = ___	$\frac{5}{8}$ = ___
100	$\frac{1}{2}$ = ___	$\frac{1}{4}$ = ___	$\frac{3}{4}$ = ___		
200	$\frac{1}{2}$ = ___	$\frac{1}{4}$ = ___	$\frac{3}{4}$ = ___		
800	$\frac{1}{2}$ = ___	$\frac{1}{4}$ = ___	$\frac{3}{4}$ = ___	$\frac{1}{8}$ = ___	$\frac{5}{8}$ = ___

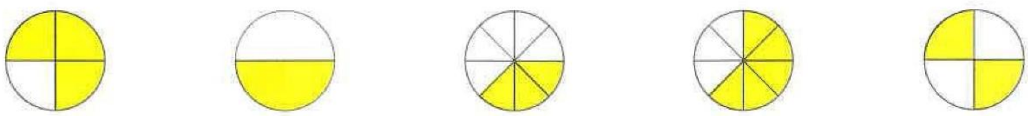
AUFGABE 3:

Wie viel fehlt vom Ganzen?



___ ___ ___ ___ ___

Ergänze auf ein Ganzes.

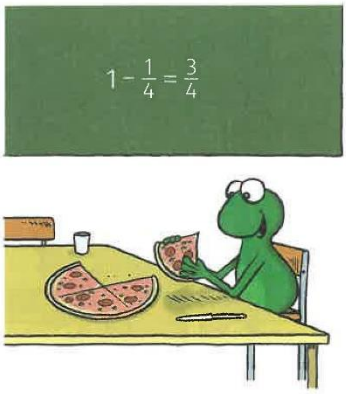


$\frac{3}{4}$ + ___ = 1 $\frac{1}{2}$ + ___ = 1 $\frac{3}{8}$ + ___ = 1 $\frac{5}{8}$ + ___ = 1 $\frac{2}{4}$ + ___ = 1

AUFGABE 4:

Brüche

1 Rechne und bemale nur die Teile, die übrig bleiben.



a)

$1 - \frac{1}{2} =$ ___ $1 - \frac{1}{4} =$ ___ $1 - \frac{1}{8} =$ ___

$1 - \frac{2}{4} =$ ___ $1 - \frac{3}{8} =$ ___ $1 -$ ___ $=$ ___

b)

$\frac{2}{2} - \frac{1}{2} =$ ___ $\frac{5}{8} - \frac{2}{8} =$ ___ $\frac{3}{4} - \frac{1}{4} =$ ___ $\frac{7}{8} - \frac{2}{8} =$ ___ $\frac{4}{4} - \frac{2}{4} =$ ___

2 Rechne und bemale die Teile, die **übrig** bleiben. Du musst tauschen.

$\frac{1}{2} - \frac{1}{4} =$ ___ $\frac{1}{2} - \frac{2}{8} =$ ___ $\frac{3}{8} - \frac{1}{4} =$ ___ $\frac{1}{4} - \frac{2}{8} =$ ___ $\frac{1}{2} - \frac{3}{8} =$ ___

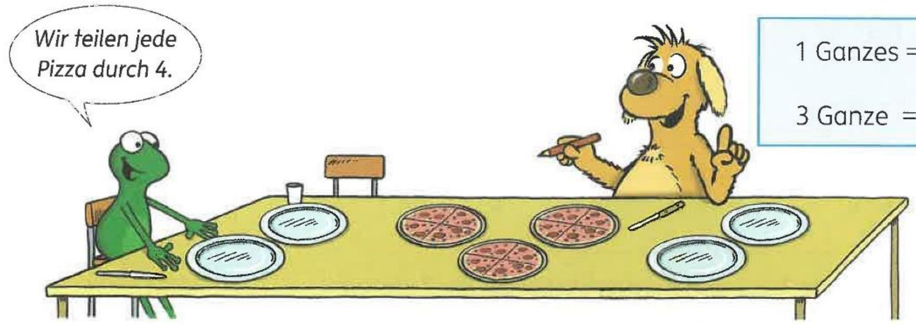
$\frac{1}{2} - \frac{1}{8} =$ ___ $\frac{1}{4} - \frac{1}{8} =$ ___ $\frac{3}{4} - \frac{2}{8} =$ ___   ___ $-$ ___ $=$ ___   ___ $-$ ___ $=$ ___

3 Rechne und bemale die Teile.

$1 + \frac{1}{2} = 1\frac{1}{2}$ ___ $+$ ___ $=$ ___   ___ $+$ ___ $=$ ___

$2 +$ ___ $=$ ___   ___ $+$ ___ $=$ ___   ___ $+$ ___ $=$ ___

Brüche



1 Ganzes = $\frac{4}{4}$

3 Ganze = $\frac{12}{4}$

1 Teile ebenso.

3 Ganze	
in Halbe	$\frac{\ }{2}$
in Viertel	$\frac{\ }{4}$
in Achtel	$\frac{\ }{8}$

4 Ganze	
in Halbe	$\frac{\ }{2}$
in Viertel	$\frac{\ }{4}$
in Achtel	$\frac{\ }{8}$

in Halbe	$\frac{\ }{2}$
in Viertel	$\frac{\ }{4}$
in Achtel	$\frac{\ }{8}$

2 Ergänze.

1	
$\frac{2}{4}$	
$\frac{5}{8}$	
	$\frac{1}{2}$

2	
$\frac{3}{2}$	
	$\frac{5}{4}$
$\frac{6}{8}$	

3	
	$\frac{10}{4}$
$\frac{20}{8}$	
$\frac{5}{2}$	

4	

3 Kann das stimmen? r oder f?

$\frac{5}{8}+\frac{3}{4}>2$ ☐	$\frac{3}{2}+\frac{3}{8}<1$ ☐	$\frac{10}{4}-\frac{3}{8}=2$ ☐
$\frac{2}{2}+\frac{4}{4}=3$ ☐	$5-\frac{3}{4}<4$ ☐	$\frac{6}{8}+\frac{1}{2}=1\frac{1}{4}$ ☐
$\frac{40}{8}-\frac{2}{2}=4$ ☐	$2-\frac{3}{8}=1\frac{1}{8}$ ☐	$\frac{7}{8}+\frac{7}{8}=2$ ☐

Das Schulbuch nachkochen:

Even though teachers are continually being told that the school book is just a guideline and that they can alter the structure of the lesson, most have neither the confidence nor the desire to do so. They play safe and stick to the guidelines. And the end result? A very monotonous diet.

(Peter Critchley)

Abrechnung mit „Hund und Frosch“

Rechnen mit Brüchen (ohne Verständnis …)

VORSICHT !!!

Die nachfolgenden Ausführungen könnten Ihr Verhältnis zu Brüchen schwer beschädigen!

Vorbemerkung: im Folgendem finden Sie kein Fertiggericht, wie man die Mathematik besser „als im Schulbuch" serviert. Zunächst müssen wir ein Verständnis für die Probleme entwickeln, welche sich für die Kinder durch den „blinden"Schulbuchdurchlauf ergeben könnten.

Die Bedeutung der Sprache im Mathematikunterricht

|

Sprachsensibler Mathematikunterricht

Sprechweisen üben (und falsche oder unvollständige Sprechweisen der Schüler:innen unablässig korrigieren).

Im Zusammenhang mit Brüchen …

Ein Halb **von** …

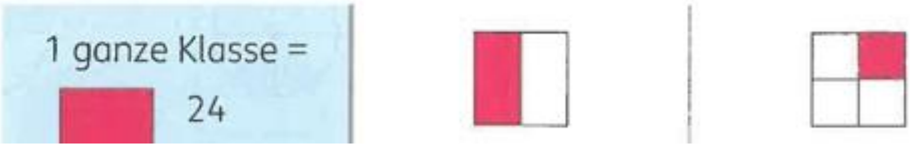
Ein Viertel **von** …

Wortspeicher (zum Thema „Teilen“:

- von
- davon
- wovon?
- von was?
- fair teilen

Negativ-Beispiele (irreführende Sprechweisen):

Berechne die Zahl, die dem bemalten Teil entspricht.

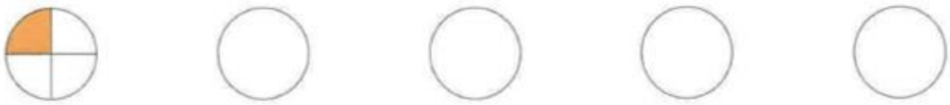


Teile nun die Zahlen.

440 $\frac{1}{2}$ = ____ $\frac{1}{4}$ = ____

100 $\frac{1}{2}$ = ____ $\frac{1}{4}$ = ____

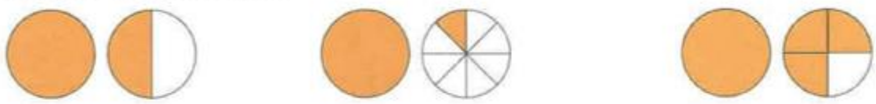
2 Rechne und bemale die Teile, die **übrig** bleiben. Du musst tauschen.



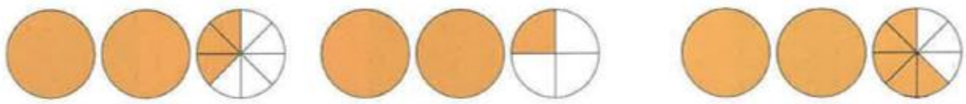
$\frac{1}{2} - \frac{1}{4} =$ ___ $\frac{1}{2} - \frac{2}{8} =$ ___ $\frac{3}{8} - \frac{1}{4} =$ ___ $\frac{1}{4} - \frac{2}{8} =$ ___ $\frac{1}{2} - \frac{3}{8} =$ ___

Brüche

3 Rechne und bemale die Teile.



$1+\frac{1}{2}=1\frac{1}{2}$ ___ + ___ = ___   ___ + ___ = ___



2 + ___ = ___   ___ + ___ = ___   ___ + ___ = ___

Feedback zur Einheit „Stützpunktvorstellungen“ entwickeln.

Erinnerung: Stützpunktvorstellung für Hektar (1 ha)

Quadrat mit Kantenlänge ...

- **Fußballfelder:** Ein sehr häufig genutzter Vergleich ist das Fußballfeld. Da ein Standard-Fußballfeld in der Regel kleiner ist (ca. 0,5 bis 0,7 ha), entspricht **ein Hektar in etwa 1,5 bis 2 Fußballfeldern**.
- **Sportplatz-Laufbahn:** Eine Runde auf der 400-Meter-Außenbahn eines Sportplatzes umschließt eine Fläche, die deutlich kleiner als ein Hektar ist. Die gesamte Sportanlage inkl. der Felder in der Mitte kommt einem Hektar oft sehr nahe.
- **Landwirtschaftliche Flächen:** Ein Hektar entspricht einem quadratischen Feld mit 100 Metern Kantenlänge. Es ist typisch für die Größe eines **größeren Ackers, einer Wiese oder eines Waldstücks**.

LINK:

https://shorturl.at/LthVd

Ungekürzt als Backup:

https://docs.google.com/forms/d/e/1FAIpQLSfTKfFdmWCZJmQoPN0pmlshdpsou39hlV-3k2f0TI31GwugvQ/viewform?usp=header

Welcher von diesen zwei Brüchen ist größer?

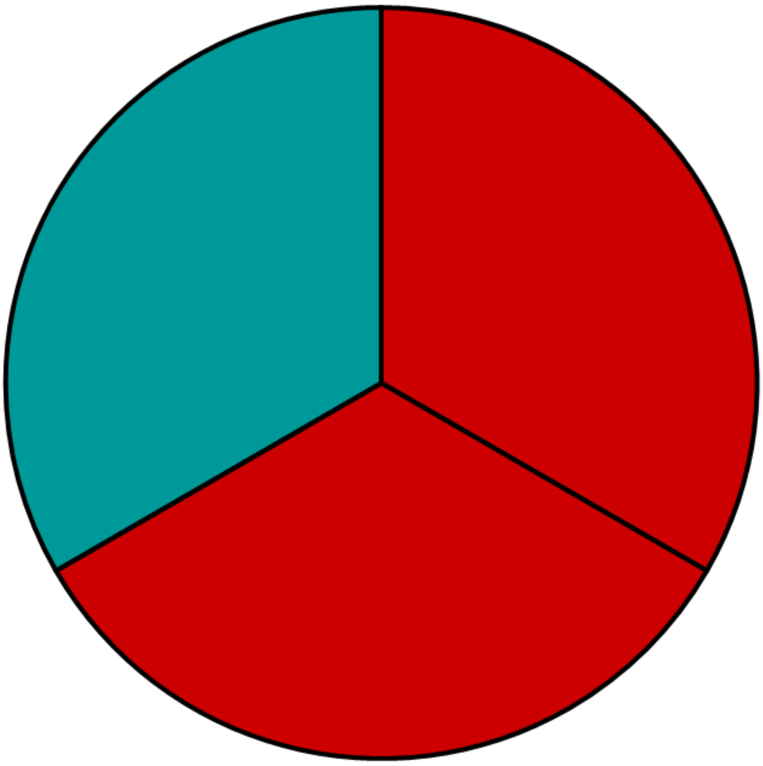
$$\frac{2}{3} \; oder \; \frac{3}{4}$$

Schülerargumentationen:

Ein Schüler in Ihrer Klasse sagt: „Klar, $\frac{3}{4}$ ist größer als $\frac{2}{3}$, weil ja die Zahlen größer sind! Drei ist größer als zwei und vier ist größer als drei!“

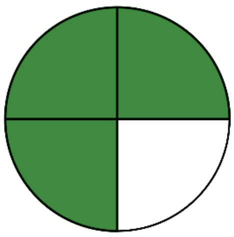
Schreiben Sie jenen Teil Ihrer Antwort für diesen Schüler auf, der die Bedeutung der beiden Nenner in der obigen Aufgabe behandelt.

Eine merkwürdige Geschichte …

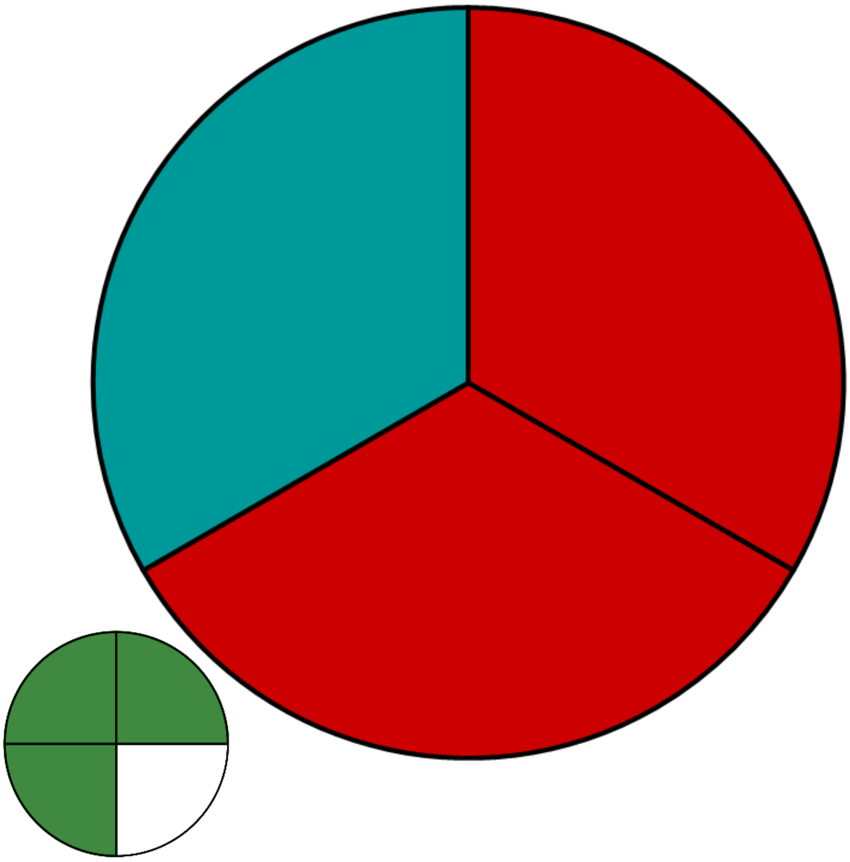


Welcher Anteil der Kreisfläche ist hier rot eingefärbt?

Und welcher Anteil der Kreisfläche ist hier grün eingefärbt?



Welche Fläche ist größer: Die rote oder die grüne Fläche?



Aufgrund meiner Zeichnung ist klar:

$$\frac{2}{3} \text{ ist größer als } \frac{3}{4}$$

Rückblende zum Schulbuch:

Was will uns diese Geschichte lehren? (In Hinblick auf Schulbuch und sprachsensiblen Unterricht)

Das war aber erst die halbe Geschichte!

Platz nehmen für die nächste Runde:

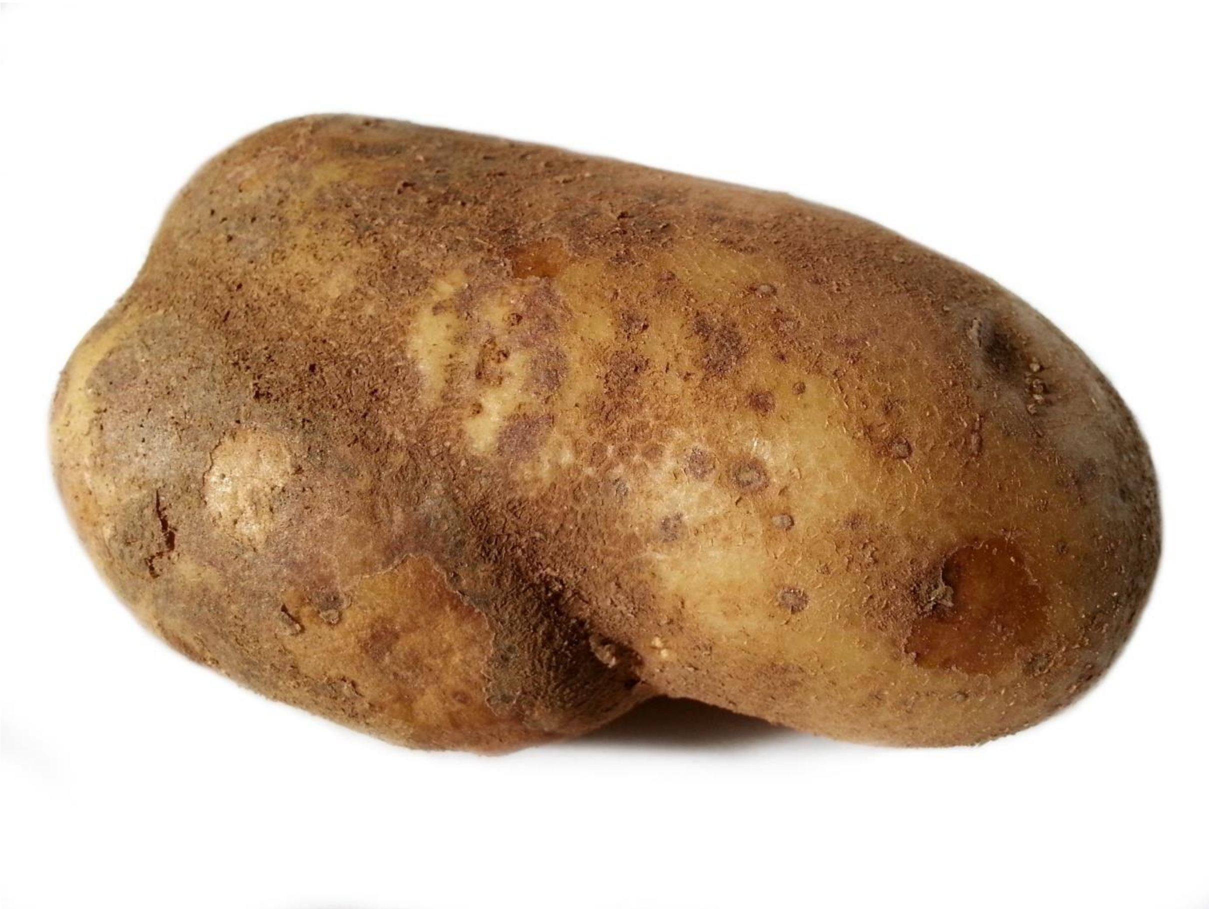
  

Der Erste, der Zweite, … der Siebte, …

THINK – PAIR – SHARE
Welchen Vergleich muss die siebte Schülerin anstellen? Sehen Sie einen Zusammenhang zur Geschichte mit der roten bzw. grünen Teilfläche weiter oben im Text?

Und wo wir schon einmal beim Teilen sind …

… die halbe Kartoffel ???



Erneute Rückblende zum Schulbuch.

(Volumen, Oberfläche, Gewicht ??)

Grundlegende Vorarbeit für die …

5. Klasse:

- DEZIMALZAHLEN …
- PROZENTE …
- VERHÄLTNISSE …
- MAßSTÄBE …
- ÄHNLICHKEITEN (bei Geometrieaufgaben)
- MISCHVERHÄLTNISSE (z.B. bei Rezepten)

Was soll die Volksschule hierzu leisten?

Laut Lehrplan NEU:

Bundesministerium
Bildung, Wissenschaft
und Forschung

Lehrpläne NEU

MATHEMATIK
(Volksschule)

Bildungs- und Lehraufgabe (1. bis 4. Schulstufe):

Im Mathematikunterricht der Primarstufe bauen die Schülerinnen und Schüler ein tragfähiges Zahl- und Operationsverständnis auf, vgl. den Abschnitt *Die Entwicklung des kindlichen Rechnens* in der Handreichung *Die schulische Behandlung der Rechenschwäche* (BMBWF, 2018), sie lernen mit Daten und ihren Darstellungen[4, 6, 13] zu arbeiten, entwickeln Grund- und Stützpunktvorstellungen zu Größen sowie Verständnis für das Messen[1] und erarbeiten grundlegende Konzepte der Geometrie. Ausgangspunkt dafür sind jeweils Beobachtungen und Tätigkeiten aus der Lebenswelt der Schülerinnen und Schüler, die im Unterricht aufgegriffen bzw. angeregt und systematisiert werden. Die Schülerinnen und Schüler erfahren in vielfältigen Lehr- und Lernumgebungen Mathematik auch als Sprache, in der sie sich ausdrücken und mit der sie mit anderen in Austausch treten[5, 6, 10] können. Im Fokus steht die Weiterentwicklung fachlicher und überfachlicher Kompetenzen der Schülerinnen und Schüler, insbesondere auch im Sinne einer reflexiven Geschlechterpädagogik[8].

Der Bereich **Ebene und Raum** umfasst das Erkennen, Benennen und Darstellen geometrischer Objekte und ihrer Lagebeziehungen, das spielerische und planvolle Arbeiten mit geometrischen Objekten sowie das Ermitteln von Umfang und Flächeninhalt einfacher ebener Figuren.

Didaktische Grundsätze (1. bis 4. Schulstufe):

Über die didaktischen Grundsätze im allgemeinen Teil des Lehrplans hinaus gelten für den Unterrichtsgegenstand Mathematik die folgenden speziellen Grundsätze:

- Variieren der Darstellungsform und Veranschaulichung
- handelndes Erarbeiten des Zahl- und Operationsverständnisses sowie geometrischer Grundvorstellungen
- Vielfalt von Lösungswegen und Erkennen von Zusammenhängen
- Funktionen des Übens

Handelndes Arbeiten mit geeigneten didaktischen Materialien fördert die kognitive Entwicklung, den Aufbau der Fachsprache[1, 10] und die Nachhaltigkeit des mathematischen Erkenntnisgewinns. Das Stellenwertsystem wird mithilfe strukturierter Materialien erarbeitet und gefestigt. Das zählende Rechnen schränkt grundlegende Einsichten in das Dezimalsystem ein und ist nachteilig für ein sicheres Operieren; die Ablösung vom zählenden Rechnen hat daher hohe Priorität. Durch Handlungen wie das Kippen von Körpern, das Abnehmen von Begrenzungsflächen, das Falten von Papier oder das Umfangen und Auslegen von Flächen werden tragfähige Grundvorstellungen aufgebaut.

Operationen

Rechenoperationen und ihre Zusammenhänge werden aus praktischem Handeln bzw. mit geeigneten didaktischen Materialien erarbeitet und interpretiert (bei additiven Rechenoperationen etwa Hinzufügen, Vermehren, Zusammenlegen, Ergänzen, Wegnehmen, Vermindern und Abtrennen; bei multiplikativen Rechenoperationen etwa wiederholtes Aneinanderfügen, zeitlich-sukzessives bzw. räumlich-simultanes Vervielfachen, wiederholtes Ausgliedern, Teilen und Messen). Um flexibles Rechnen zu fördern, ist besonderer Wert auf das Verstehen der Zusammenhänge zwischen den Operationen und auf das Entdecken und Anwenden verschiedener Lösungsstrategien und Rechenregeln zulegen. Das Verwenden von Platzhaltern bei

Größen

Die Begriffsbildungen erfolgen durch handelnden Umgang mit konkreten Objekten. Das Prinzip des Messens und das Vergleichen von Größen sind dabei wesentlich. Um Verständnis für die unterschiedlichen Bedeutungen von Größe, Einheit und Maßzahl aufzubauen, werden beim Messen zunächst auch nicht genormte Einheiten verwendet. Zu genormten Einheiten werden Stützpunktvorstellungen entwickelt. Das Vertiefen des Verständnisses für Größen erfolgt durch das Bearbeiten vielfältiger Sachsituationen und Sachaufgaben sowie durch das Anstellen additiver und multiplikativer Vergleiche (zB um 2 cm kürzer, doppelt so schwer). Geldbeträge werden mehrnamig und ab der 3. Schulstufe auch in Kommaschreibweise mit zwei Nachkommastellen notiert. Unvermeidbare Überschreitungen beim Rechnen werden mithilfe von Umwandlungen gelöst.[1, 13]

Ebene und Raum

Die Begriffsbildungen erfolgen handelnd über Tätigkeiten wie Bauen, Nachbauen, Nachlegen, Auslegen, Umfüllen, Formen, Falten, Spannen, Schneiden, Zeichnen, Kippen oder Drehen, die auch spielerisches Gestalten und schöpferisches Tun fördern. Raumlagen werden mit Begriffen wie *zwischen*, *neben*, *auf*, *außerhalb* und *innerhalb*, *in der Mitte*, *links* und *rechts*, *vorne* und *hinten*, *oben* und *unten* beschrieben.[10] Die Raumvorstellung wird durch das Beschreiben von Lagebeziehungen[10], das Nachvollziehen und Formulieren von Wegbeschreibungen[4, 10] und das Arbeiten mit bzw. Erstellen von Plänen und Bauplänen von Würfelgebäuden entwickelt bzw. gefestigt. Dem Erkennen bzw. Fortführen geometrischer Muster, insbesondere achsensymmetrischer Figuren, kommt eine besondere Bedeutung zu. Ausgehend vom Hantieren, Benennen und Beschreiben sollen geometrische Objekte auf ihre Eigenschaften und deren gegenseitige Beziehungen hin untersucht werden. Dreieck, Viereck, Quadrat, Rechteck, Kreis, Würfel, Quader, Kugel, Zylinder, Pyramide und Kegel werden anhand konkreter Merkmale unterschieden, wobei auf das Unterscheiden von Quadrat und Würfel, Rechteck und Quader sowie Kreis und Kugel besonders zu achten ist. Quadrate sollen als besondere Rechtecke und Würfel als besondere Quader erkannt werden. Beim Untersuchen von Körpern werden Flächen, Kanten und Ecken entdeckt und beschrieben. Bei Quadraten, Rechtecken und daraus zusammengesetzten Figuren werden auch Umfangs- und Flächenberechnungen durchgeführt. Das Herstellen von Querverbindungen zum Arbeiten mit Größen ist ein wesentlicher Bestandteil des Unterrichts in diesem Inhaltsbereich.

1. Schulstufe:

Kompetenzbereich Zahlen und Daten

Die Schülerinnen und Schüler können

- die Zahlen bis mindestens 20 mit strukturiertem Material darstellen, lesen, schreiben, zerlegen, vergleichen, ordnen und vielfältig nutzen; die Zahlen bis 100 mit strukturiertem Material darstellen, lesen und schreiben.
- Daten aus ihrer unmittelbaren Lebenswelt erheben und mit Strichlisten und Tabellen darstellen; Strichlisten und Tabellen interpretieren.

Kompetenzbereich Operationen

Die Schülerinnen und Schüler können

- Rechenoperationen im additiven Bereich im Zahlenraum bis mindestens 20 flexibel durchführen.
- arithmetische Muster erkennen, beschreiben, fortsetzen und ergänzen.
- Sachsituationen aus ihrer Lebenswelt modellieren.

Kompetenzbereich Größen

Die Schülerinnen ~~und Schüler können~~

- Größen mit selbst gewählten und genormten Einheiten messen und die Ergebnisse notieren; mit genormten ~~Maßeinheiten~~ (kg, m, ℓ, h, €, c) Vorstellungen verbinden und Größenangaben interpretieren.
- Uhrzeiten mit vollen Stunden ablesen und darstellen; mit Größen in einfachen Sachsituationen arbeiten.

4. Schulstufe:

Kompetenzbereich Zahlen und Daten

Die Schülerinnen und Schüler können

- die Zahlen bis 1 000 000 lesen, schreiben, darstellen, zerlegen, vergleichen, ordnen, runden und vielfältig nutzen.
- Brüche mit kleinen Nennern lesen und schreiben, insbesondere mit den Nennern 2, 4 und 8; Bruchteile konkreter Objekte bzw. Größen erkennen, darstellen, in Bruchschreibweise notieren, vergleichen, ordnen und in einfachen Fällen additiv zerlegen; Bruchteile ermitteln.
- einfache Zufallsexperimente durchführen und wiederholen; Ergebnisse und ihre absoluten Häufigkeiten darstellen sowie Wahrscheinlichkeiten qualitativ vergleichen.

Kompetenzbereich Ebene und Raum

Die Schülerinnen und Schüler können

- einfache Körpermodelle und Netze untersuchen, zuordnen und erstellen.
- den Flächeninhalt ebener Figuren mithilfe geeigneter Einheitsflächen messen bzw. abschätzen; Flächeninhalt und Umfang von Quadraten und Rechtecken bzw. von einfachen daraus zusammengesetzten Figuren berechnen.
- ebene Figuren verkleinern und vergrößern, insbesondere mithilfe von Rastern; einfache Pläne interpretieren und anfertigen.

Andere Länder, andere Sitten
(und auch „andere Lehrpläne“)

Als Richtlinie sollte uns folgender Vergleich dienen …

Primary school Primarstufe	Year 1			
	Year 2	**6 bis 7 Jahre**	**1.Klasse VS**	**Grade 1**
	Year 3	**7 bis 8 Jahre**	**2.Klasse VS**	**Grade 2**
	Year 4	**8 bis 9 Jahre**	**3.Klasse VS**	**Grade 3**
	Year 5	**9 bis 10 Jahre**	**4.Klasse VS**	**Grade 4**
	Year 6			
	England	Alter	Österreich	USA

Im Folgendem beschränken wir uns auf unser Thema, die „Bruchzahlen“

Einen sehr *sportlichen, ambitionierten* Zugang zu den Bruchzahlen („fractions“) finden wir im Curriculum bei den Engländern:

Auszüge aus dem Curriculum (Vereintes Königreich - England):

CURRICULUM	
Foundation Stage	They solve problems, including doubling, halving and sharing
Year 1	Recognise, find and name a half as one of two equal parts of an object, shape or quantity
Year 1	Recognise, find and name a quarter as one of four equal parts of an object, shape or quantity
Year 2	Recognise, find, name and write fractions $\frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{2}{4}$ and $\frac{3}{4}$ of a length, shape, set of objects or quantity

SINNVOLLE und NOTWENDIGE VORARBEITEN

MEINE ZIELE für die 1.Klasse Volksschule:

- Die Kinder verstehen die Begriffe „**Verdoppeln**", „**Halbieren**" und „**gerechtes Teilen**" (insbesondere handlungsorientierter Zugang zu den Begriffen).
  Verweis auf den „Sprachsensiblen Mathematikunterricht"
- Die Kinder verstehen die Bedeutung der Aussage „**ein halbes**" (bzw. „**ein Halb**") **von zwei gleichen Teilen eines Ganzen (insbesondere einer Fläche)**
  Die Kinder verstehen die Bedeutung der Aussage „**ein halbes**" (bzw. „**ein Halb**") **von einer Menge von einzelnen Objekten.**
  Verweis auf den „Sprachsensiblen Mathematikunterricht"
- Die Kinder wissen, was mit „**gerechtem Aufteilen**" **von mehreren Objekten** gemeint ist.
  „Sprachsensiblen Mathematikunterricht"
- Die Kinder wissen, was mit „**gerechtem Aufteilen**" **von einem „ganzen Objekt"** durch Auseinanderschneiden des Objektes gemeint ist.
  „Sprachsensiblen Mathematikunterricht"

Folgende ZIELE bis zum Ende der 3. Klasse Volksschule:

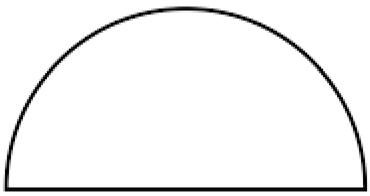
- Die Kinder können Aufteilungsaufgaben (Teilungsaufgaben) im Zahlenbereich der natürlichen Zahlen („ohne Rest“) bewältigen: Beispiel: 16 : 2
  Die Kinder können eine Strategie zum fortgesetzten Teilen artikulieren, um bei Aufteilungsaufgaben „mit Rest“ (im Zahlenbereich der Bruchzahlen) zu einem sinnvollen Ergebnis zu gelangen:
  Beispiel: **5 Schokoladetafeln auf 4 Kinder aufteilen** („GERECHT AUFTEILEN“)
  oder **ein fünf Meter langes Seil auf 4 Kinder gerecht aufteilen**.
- Die Kinder können die „Bruchteile“ bei Aufgaben wie „Fünf Schokoladentafeln auf 4 Kinder gerecht aufteilen“ erkennen und benennen.

Beispielhaft: Ein Indikator, dass obige Ziele (zumindest punktuell) nicht erreicht wurden:

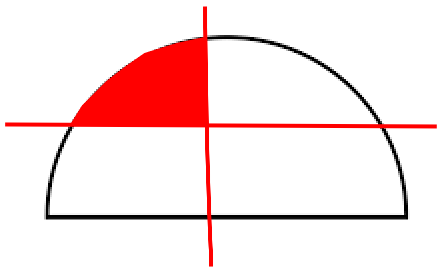
Lehrperson: „Kennzeichne ein Viertel des Halbkreises, indem du dieses Viertel rot ausmalst!“

(bedeutsame Kontrolle für den sprachsensiblen Unterricht: ein Viertel von was?)

Vorgezeichnet:



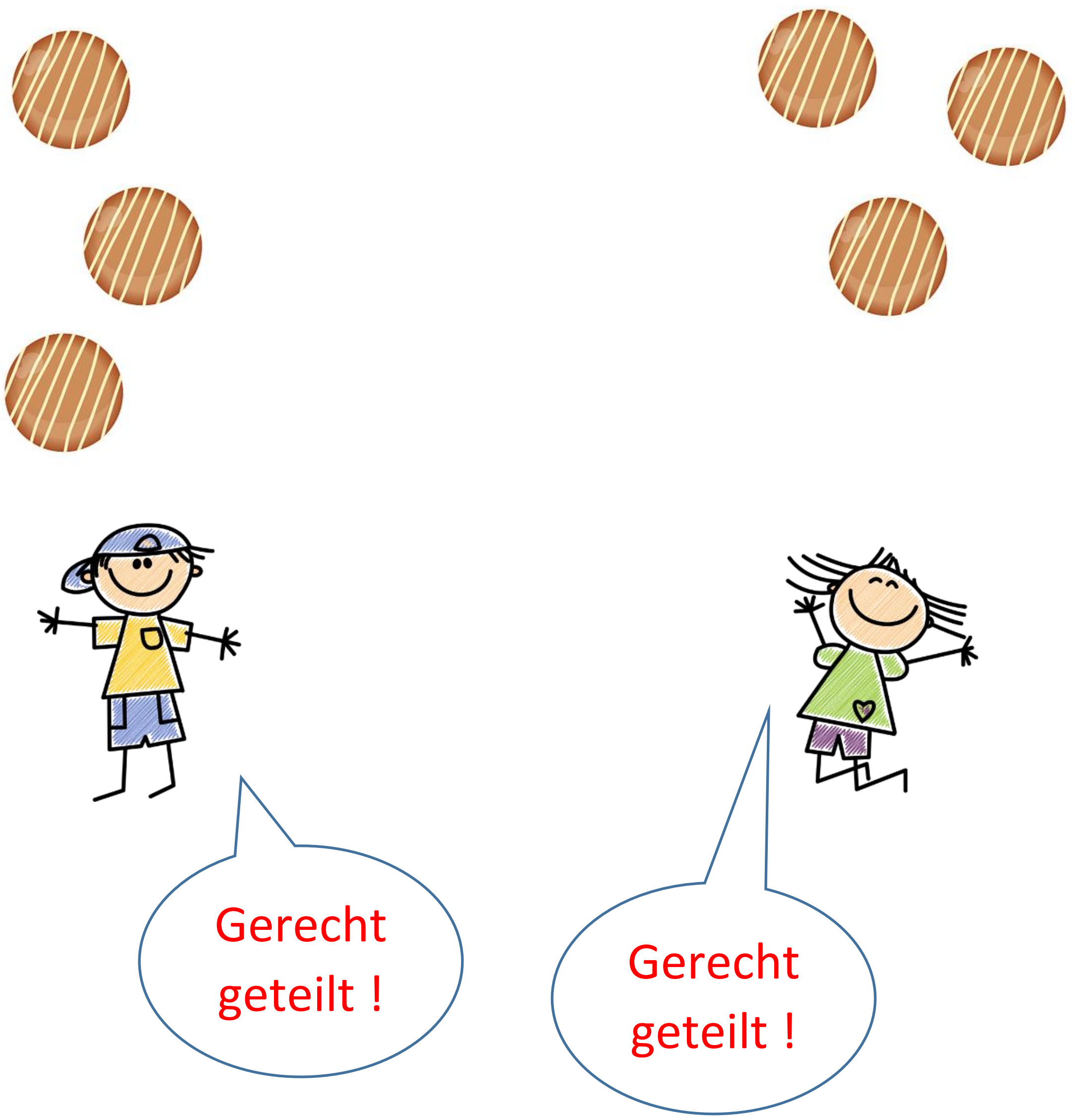
Lösung des Schülers / der Schülerin:



Analyse: Das Kind hat nicht realisiert, dass alle Teile gleich groß sein müssen.

Vermutlich hatte das Kind nicht ausreichend Gelegenheit das gerechte Aufteilen von einem ganzen Objekt zu üben und es fehlt ihm eine Idee, wie man die Teile direkt miteinander vergleichen könnte (falten, übereinanderlegen). Vermutlich ist das Kind gewohnt Vierecke, Quadrate und Kreise mit Hilfe eines „Fadenkreuzes“ zu vierteln, so dass es seine Methode der Aufteilung auf jedes beliebige Objekt überträgt („nicht korrekte Verallgemeinerung“).

Geschichten zum Teilen:

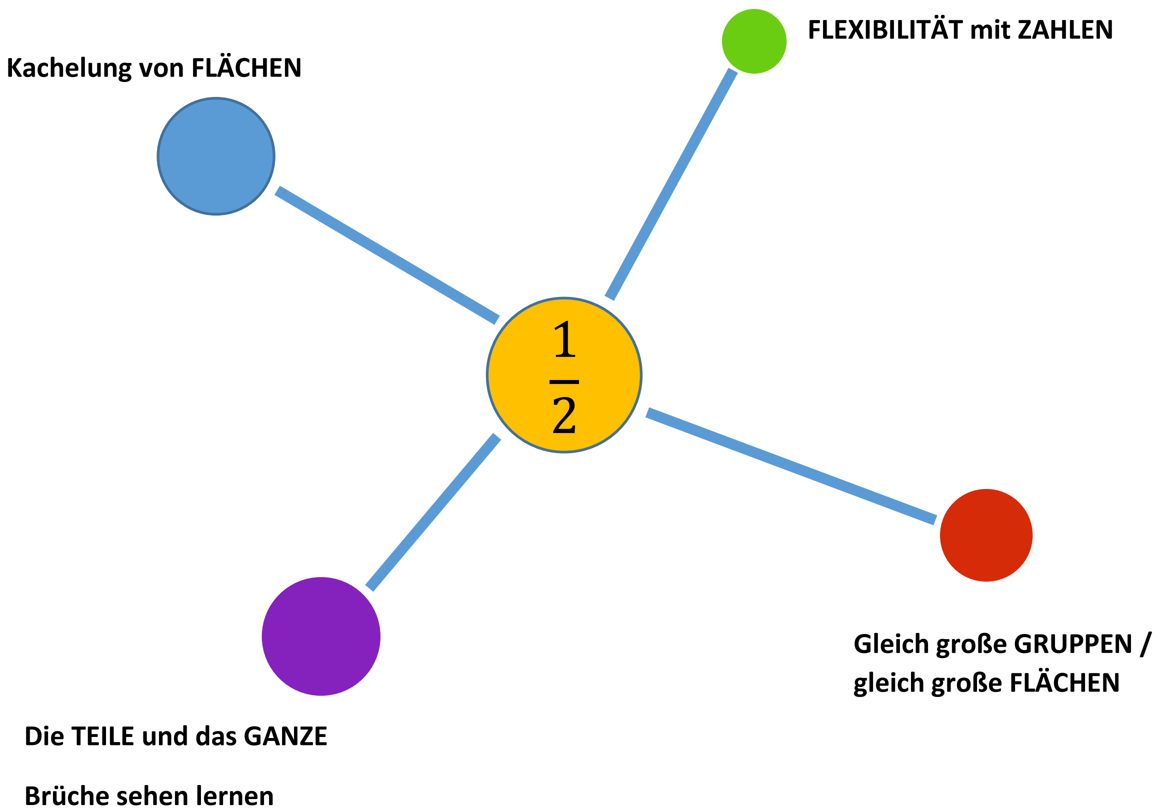



Gerecht geteilt !
Nein, du hast vier Kekse – das ist unfair. Ich habe nur drei Kekse!

Kritisieren ist leicht, …
es besser zu machen hingegen schwer!

Ausgehend von einem Verständnis für $\frac{1}{2}$ erreichen wir folgende Punkte:

- Aufteilen und Paketierungen (das Schaffen von gleich großen Gruppen)
- Parkettierungen (Kachelung, Pflasterung), um den Flächenbegriff zu verstehen
- Brüche sehen lernen: Die Teile und das Ganze
- Flexibilität mit Zahlen



UNSER STARTPUNKT: $\frac{1}{2}$ **verstehen!**

Die wichtigste Einsicht vorweg: Es geht hier um eine ***Beziehung*** – und nicht vorrangig um Rechenregeln!

Ein Bruch stellt eine Beziehung von „der Zahl oben“ mit „der Zahl unten“ her. Ein Bruch ist immer eine Beziehung, so ist zum Beispiel ein Bruch mit der Zahl 100000 „oben“ (also im Zähler) nicht unbedingt groß (zum Beispiel im Vergleich zu einem Bruch mit der kleineren Zahl 4 im Zähler). Ein Bruch ist nur dann groß, wenn der Zähler ein großer Anteil vom Nenner ist.

Entscheidend: Ein „Halbes“ hängt von der gewählten Größe des „Ganzen“ ab! Die Beziehung steht im Vordergrund – Rechenregel würden an dieser Stelle von der Bedeutung der Beziehung ablenken.

Oder im Kontext der Kekse aus obiger Geschichte: Zwölf Viertel sind nicht mehr als (oder weniger) als sechs Halbe.

Die erste Aktivität gibt den Schülerinnen und Schülern die Möglichkeit ihr „persönliches“ Halbes im Zusammenhang mit einem Schwarz-Weiß-Kunstwerk zu entdecken und zu definieren.

Ge(b/sp)rochene Mathematik

Die größere Hälfte des Schnitzels … ??? (gibt es nicht!)

Ausgangspunkt: **„GERECHTES TEILEN“**: Papier-Quadrat und ein Papier-Rechteck in die Hälfte falten („$\frac{1}{2}$- Beweissicherung“ über Falten und über Ausschneiden und Übereinanderlegen).

Erste Aktivität:

Ich seh, ich seh … $\frac{1}{2}$!

1. **Die Aktivität vom Stapel laufen lassen:**

   Projektion der „Close-Up – ich seh, ich seh – Grafik“ (**Abbildung A1_close-up**)

   „Wo findest du hier $\frac{1}{2}$?“

   Genügend Zeit lassen! Partnerdiskussionen.

   „Woher weißt du, dass dies $\frac{1}{2}$ von der umrandeten Fläche ist?“

   „$\frac{1}{2}$ von was?“

   Schüler zeichnen ihre „Halben“ ein (Projektion über Dokumentenkamera) und erläutern, wie sie zu ihrer Schlussfolgerung gelangt sind.

   Verschiedene Größen vom Ganzen sollen in dieser Startphase vorkommen!

2. **Selbstständige Arbeitszeit für die Schülerinnen und Schüler vorsehen:**

   Kopien der „Ich seh – ich seh – Grafik“ (**Abbildung A1_details**) austeilen.

   „Spaziergang“ durch die Klasse: „Woher weißt du, dass dieser Teil $\frac{1}{2}$ ist?“

   Schüler präsentieren an der Tafel ihre Ausarbeitung (Dokumentenkamera) und erläutern ihren Zugang.

   Erwünscht: Nicht nur rechteckige Umrandungen, nicht nur zusammenhängende Flächen, die beiden Halben habe eine unterschiedliche Form.

3. **Ausbaustufe „Herausforderung“:**

   Kopien der „Ich seh – ich seh – Grau-weiß-schwarz—Grafik“

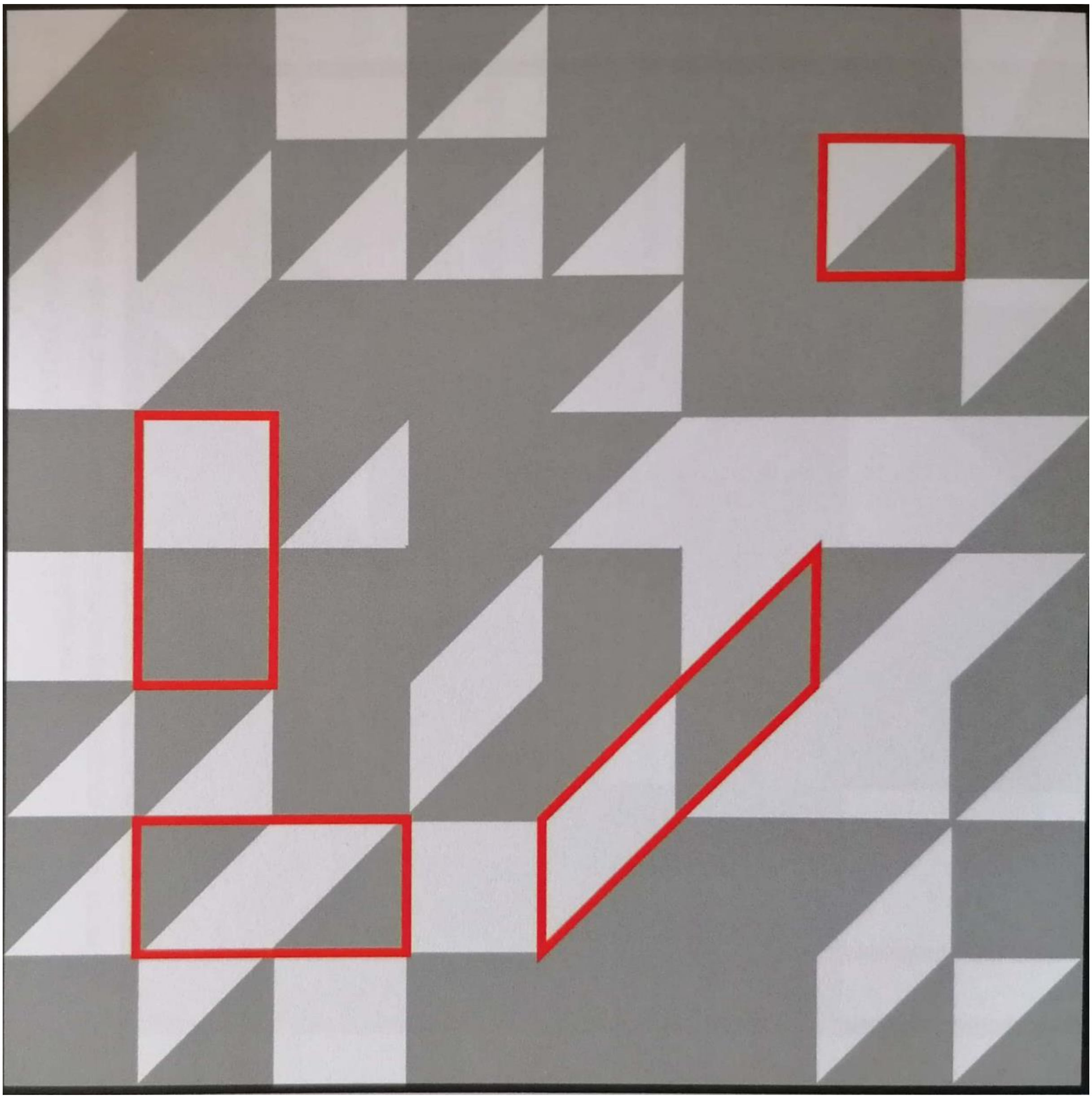
   (**Abbildung A1_grey-white-black**) austeilen.

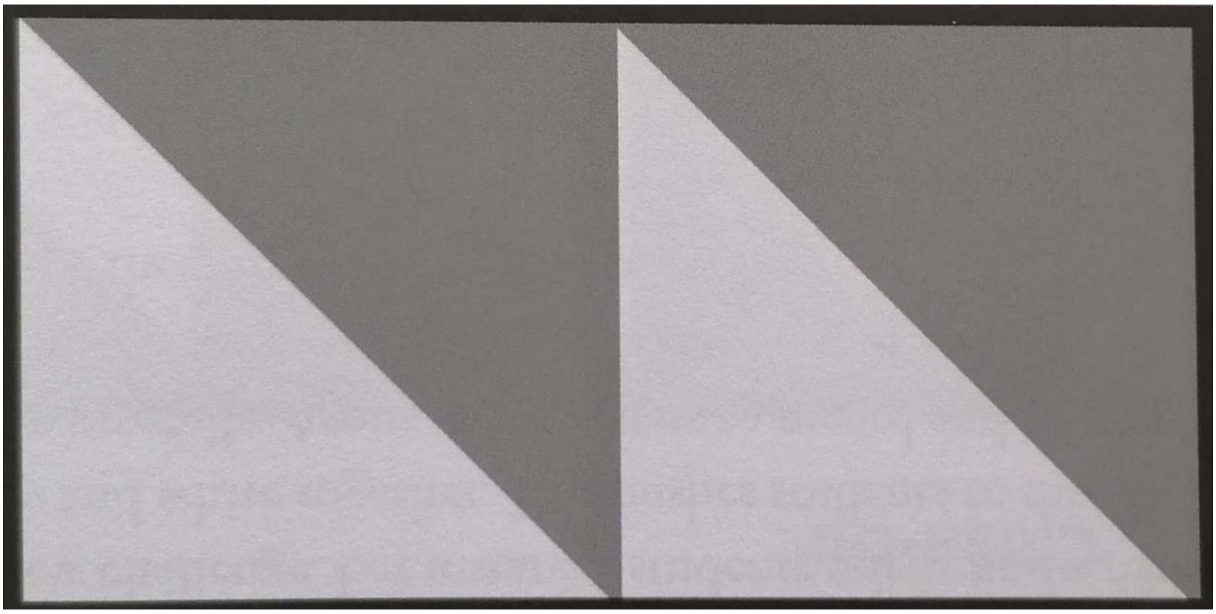
   Möglichkeit, dass grau und weiß zusammen die Hälfte der eingerahmten Fläche ausmachen.

   „Woher weißt du, dass dieser Teil $\frac{1}{2}$ ist?“

Abbildung A1_close-up

Erläuterungen:





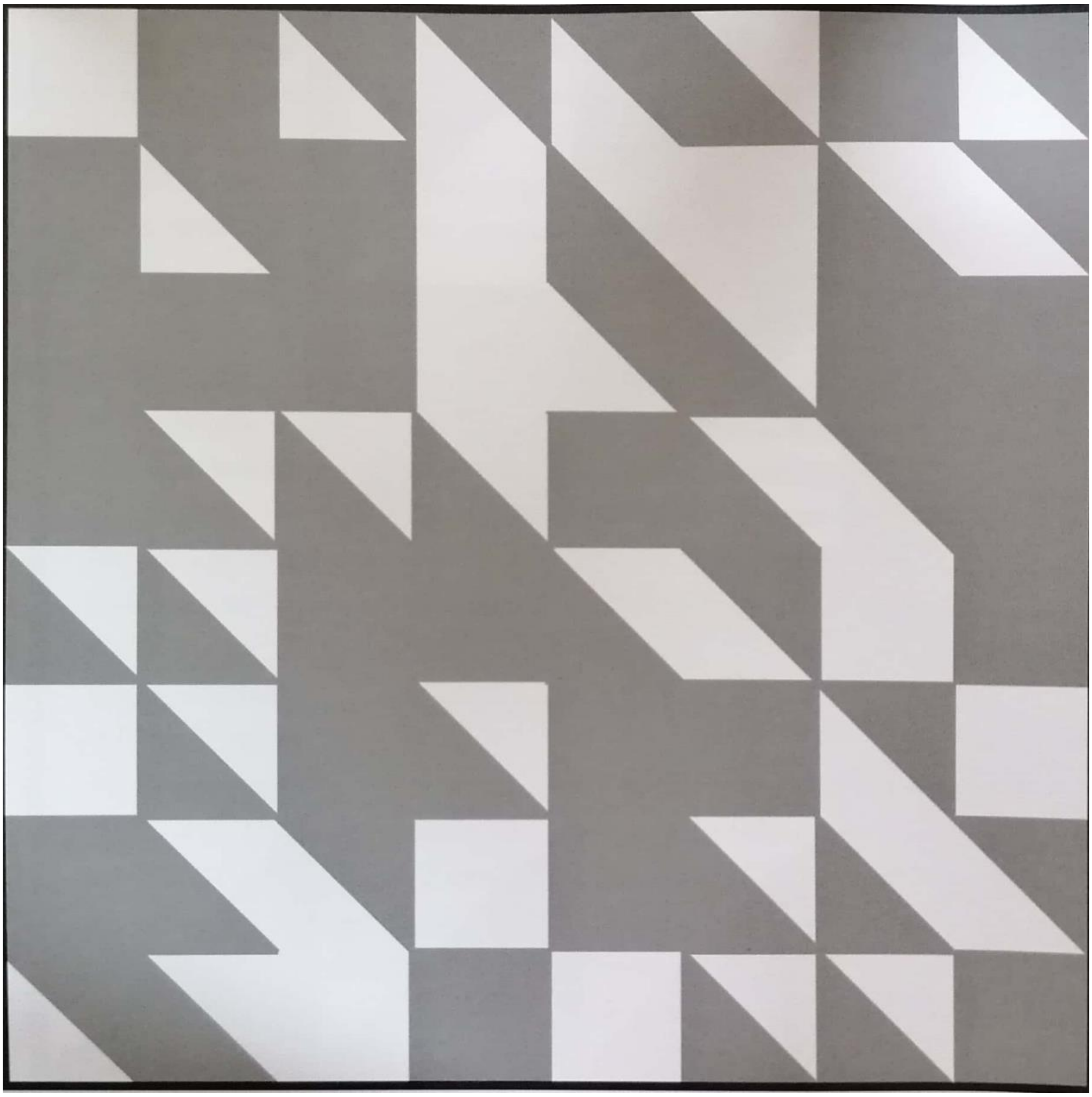


Abbildung A1_details

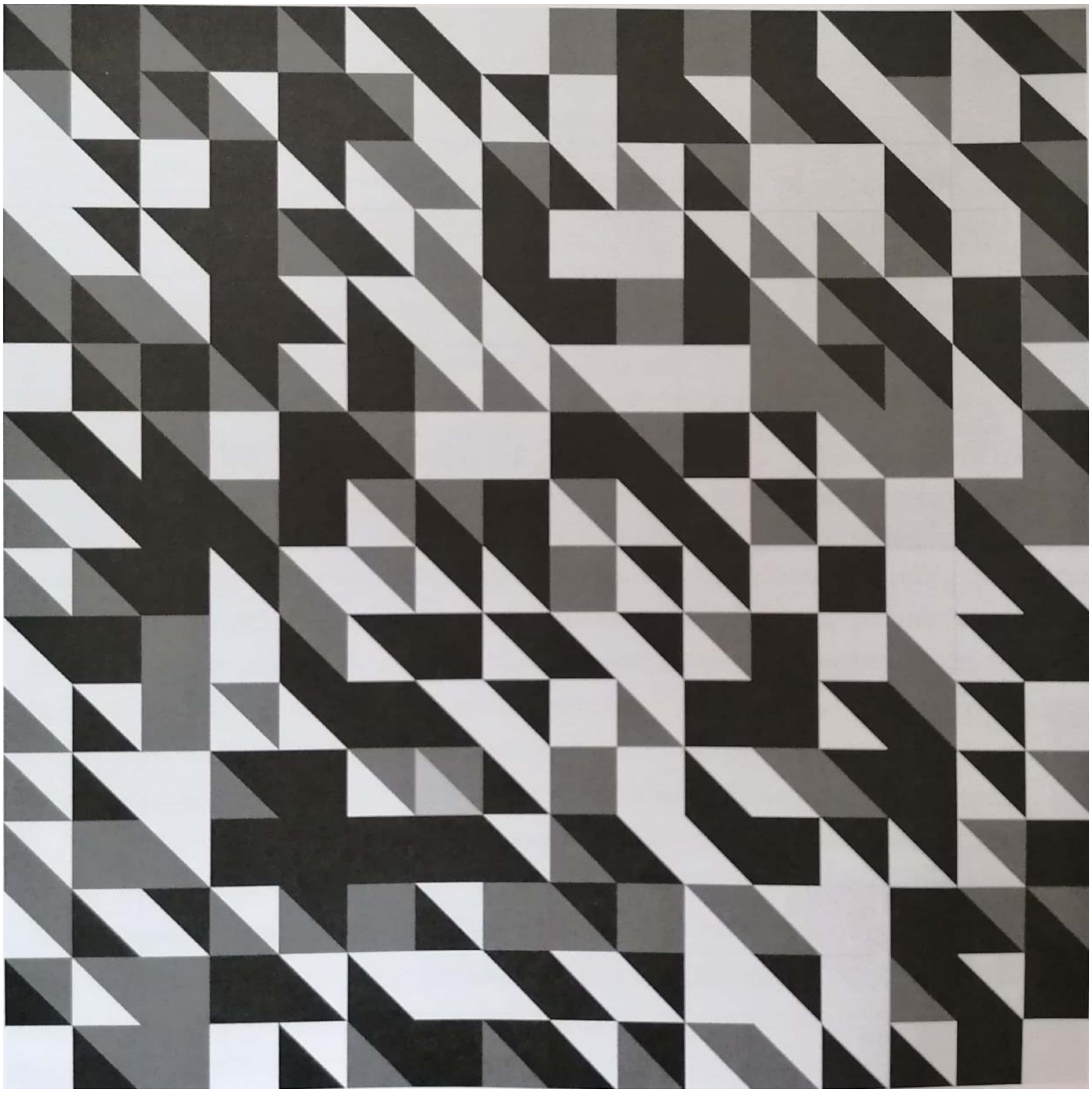


Abbildung A1_grey-white-black

Wenn wir $\frac{1}{2}$ gut erklären, …

dann haben wir schon

50%

geschafft!

THINK-~~PAIR~~-SHARE: Verwenden Sie die Vorlage auf den vorherigen Seiten und zeichnen Sie anhand von zwei unterschiedlich großen Flächen wie besprochen ½ ein!

Der Bruch – das Chamäleon im Zahlenzoo

Ein Bruch …(sehr salopp gesprochen …)

- **TEIL von einem GANZEN**, ein Teil von einem Objekt
  (das halbe Seil, ein Viertel vom Kreis, …)
  hier wird das Objekt in zwei oder mehrere gleiche Teile aufgesplittert.
- **TEIL von einer Menge von Objekten**
  (3 von insgesamt 9 Personen, …)
  ein Teil der Menge besitzt eine bestimmte Eigenschaft.
- **Zahl auf der Zahlengeraden**
  zum Beispiel ½
- Eine **Division**
  zum Beispiel 2 geteilt durch 4
- **Verhältnis**
  zum Beispiel bei einem Größenvergleich

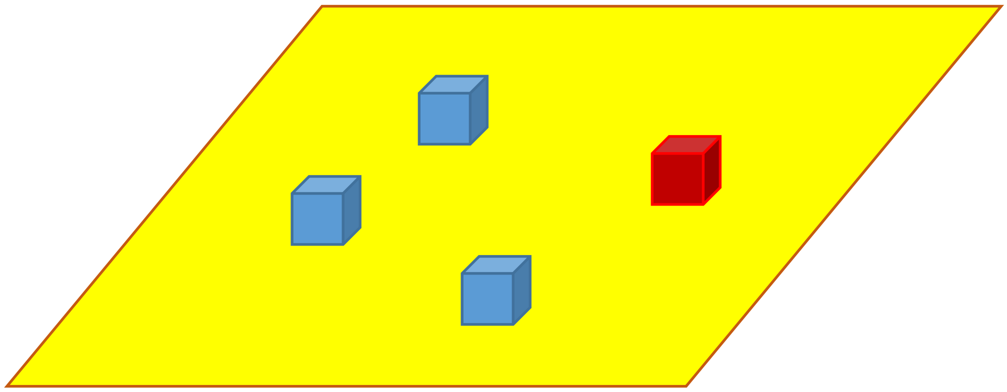
Und hier beginnen die Missverständnisse erneut…

Der Bruch als ein Teil von einer Menge von Objekten:

<u>Folgende Aufgabe:</u> Die Kinder sehen, dass nur ein Teil der Würfel am Tisch blau ist.

Lehrperson: „***Welcher Anteil der Würfel am Tisch ist rot?“***

Alternativ: „Welcher Bruchteil der Würfel am Tisch ist rot?



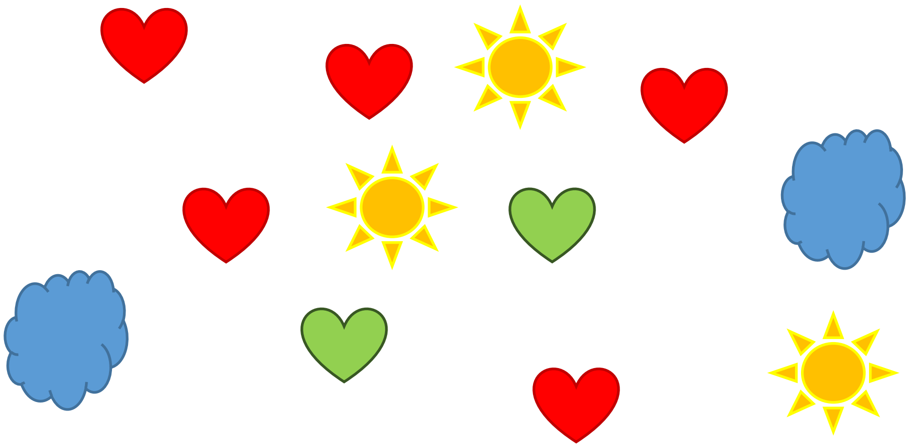
Schülerantwort: ***„Ein Drittel“***

Fehlvorstellung: Der Schüler hat nicht die gesamte Menge an Würfel als die Gesamtheit gesehen!

Hintergrund: Vergleich: ein roter Würfel gegenüber drei blaue Würfel → fehlerhafte Schlussfolgerung: Ein Drittel der Würfel ist rot.

Möglicher Zusammenhang zu Piaget’s Arbeiten:

Untersuchung mit Kindern im Alter bis zu sieben Jahren:



Sind am Tisch mehr Sonnen oder mehr Wolken?

Kind: „Mehr Sonnen!“

Sind am Tisch mehr rote Herzen oder mehr Herzen?

Kind: „Mehr rote Herzen!“

Wir konzentrieren uns auf die Absicherung von ½ in vielerlei Hinsicht.

Neben der „Ich seh, ich seh … ½" Aktivität mit den Schwarz-Weiß Kunstwerken (Flächenkonzept) gibt es auch bei den Zahlen anschauliche Muster zu entdecken!

Die Hälfte von einer Anzahl von Objekten
Die Hälfte von natürlichen Zahlen

R O A D M A P

Das Halbieren von einer Menge „Smarties"

↓

Das Halbieren von einer Menge von Punkten

↓

Die Punktemenge als Repräsentant der natürlichen Zahlen

↓

Das Halbieren von natürlichen Zahlen

↓

Querverbindungen schaffen: gerade Zahlen, ungerade Zahlen, Division durch 2

Zweite Aktivität:

$\frac{1}{2}$ im Zahlenland!

1. **Die Aktivität vom Stapel laufen lassen:**

   Projektion der „Visualisierung der Zahl 16“ (**Abbildung A2_VisN16**)

   „Wo findest du hier $\frac{1}{2}$?“

   („Die Hälfte der Punkte wurde von mir rot angemalt“)

   Genügend Zeit lassen! Partnerdiskussionen.

   „Gibt es noch andere Möglichkeiten $\frac{1}{2}$ einzuzeichnen?“

   „$\frac{1}{2}$ von was?“ „$\frac{1}{2}$ von 16 Smarties“ „$\frac{1}{2}$ von 16 Punkten“

   „$\frac{1}{2}$ von der Anzahl 16“ „$\frac{1}{2}$ von der Zahl 16 ist 8“

   Schüler zeichnen ihre „Halben“ ein (Projektion über Dokumentenkamera)

2. **Selbstständige Arbeitszeit für die Schülerinnen und Schüler vorsehen:**

   Kopien der „Visualisierung von Zahlen“
   (**Abbildung A2_VisN1to9, Abbildung A2_VisN10to18, Abbildung A2_VisN19to27, Abbildung A2_VisN28to35**) austeilen.

   „Spaziergang“ durch die Klasse: „Welche Zahl wird mit dieser Abbildung dargestellt?“
   „Hast du noch eine andere Möglichkeit $\frac{1}{2}$ bei dieser Zahl einzuzeichnen?“
   „Was ist ein Halb von dieser Zahl?“

   „Bei welchen Zahlen kannst du keine Halbierung vornehmen?“ (ohne einzelne Punkte zu teilen) „Erkennst du ein Muster“ (gerade Zahlen / ungerade Zahlen)

   Schüler präsentieren ihre Ausarbeitung (Dokumentenkamera) und erläutern ihren Zugang.

   Erwünscht: Symmetrien werden aufgezeigt, vielfältige Muster werden in diesem Zusammenhang besprochen.

3. **Ausbaustufe „Herausforderung“:**

   Einzelne Schülerinnen und Schüler können die Überlegungen weiter ausbauen und analog nach $\frac{1}{3}$ Ausschau halten („Welche Zahlen lassen sich dritteln?“)

   Bedeutung der Sprache: „dritteln“ → etwas in drei <u>gleich große</u> Teile aufteilen.

Was gibt es bei dieser Aktivität zu beachten:

Hinweis_1: faires Aufteilen („Wie groß ist mein Anteil?“)

Hinweis_2: wiederkehrende Muster (z.B. 7 – 28 oder 18, 27, Primzahlen, …)
natürlich auch ungerade Zahl – gerade Zahl – ungerade Zahl – …

Hinweis_3: Schülereinwand: „Ich teile jetzt einfach ein Smartie / einen Punkt.“

Hinweis_4: Sprechweisen („Ein Halb von 28“)

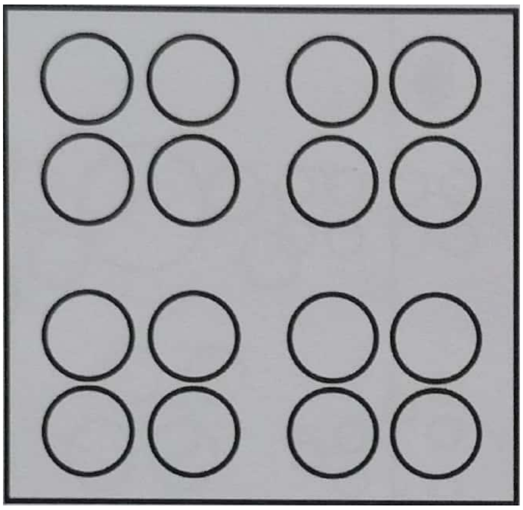


Abbildung: Die Visualisierung der Zahl 16

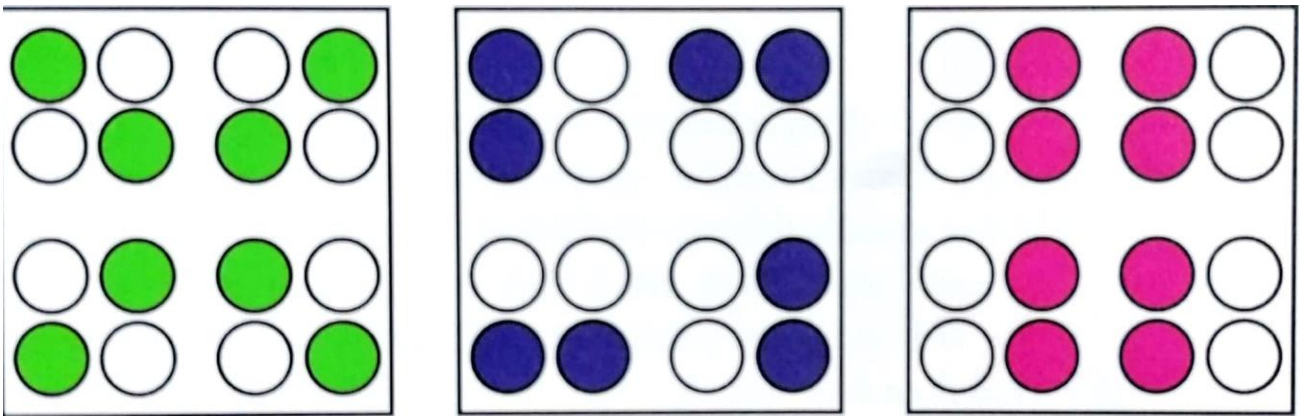


Abbildung: Ein Halb wurde in unterschiedlichen Mustern festgehalten

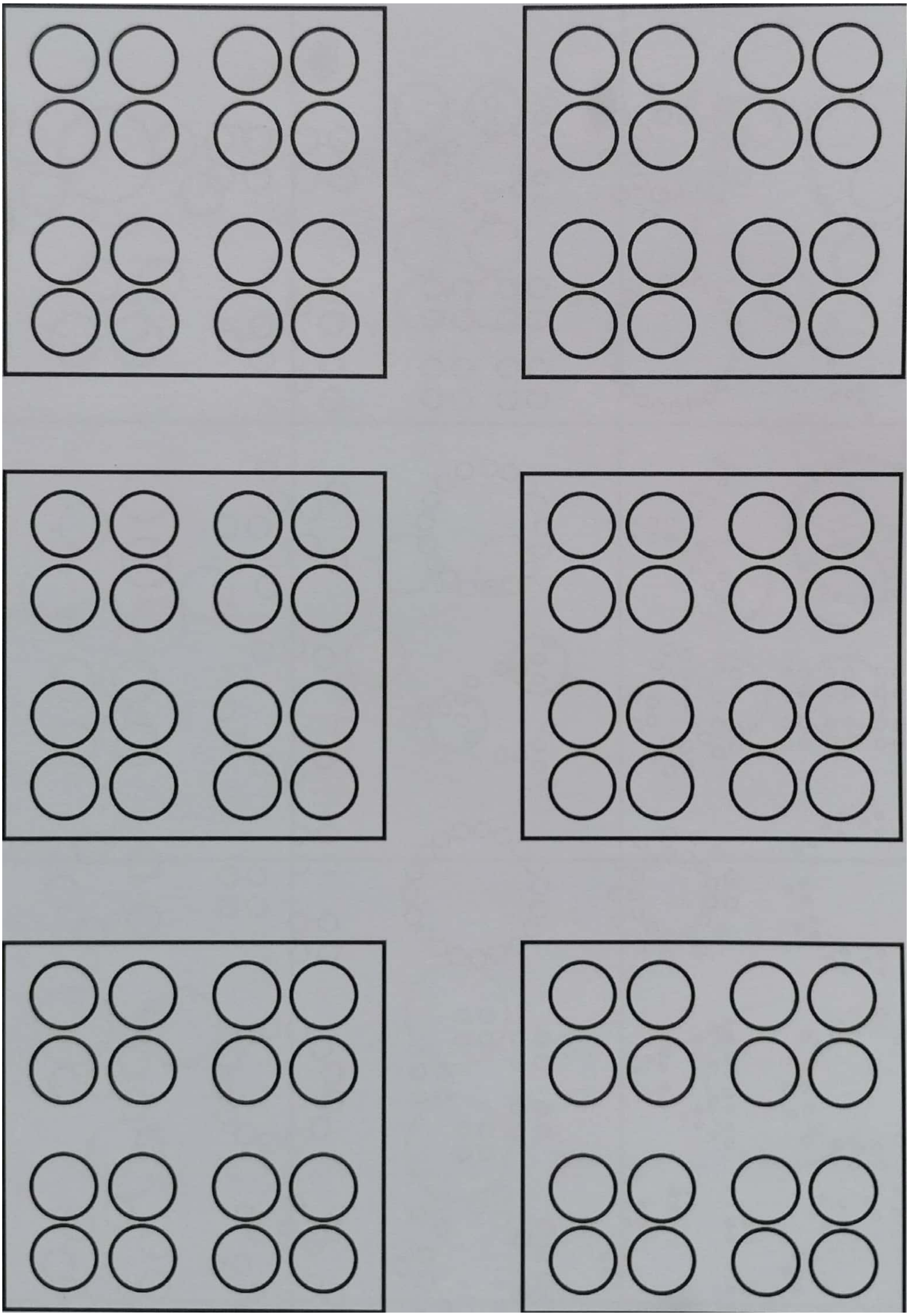


Abbildung A2_VisN16

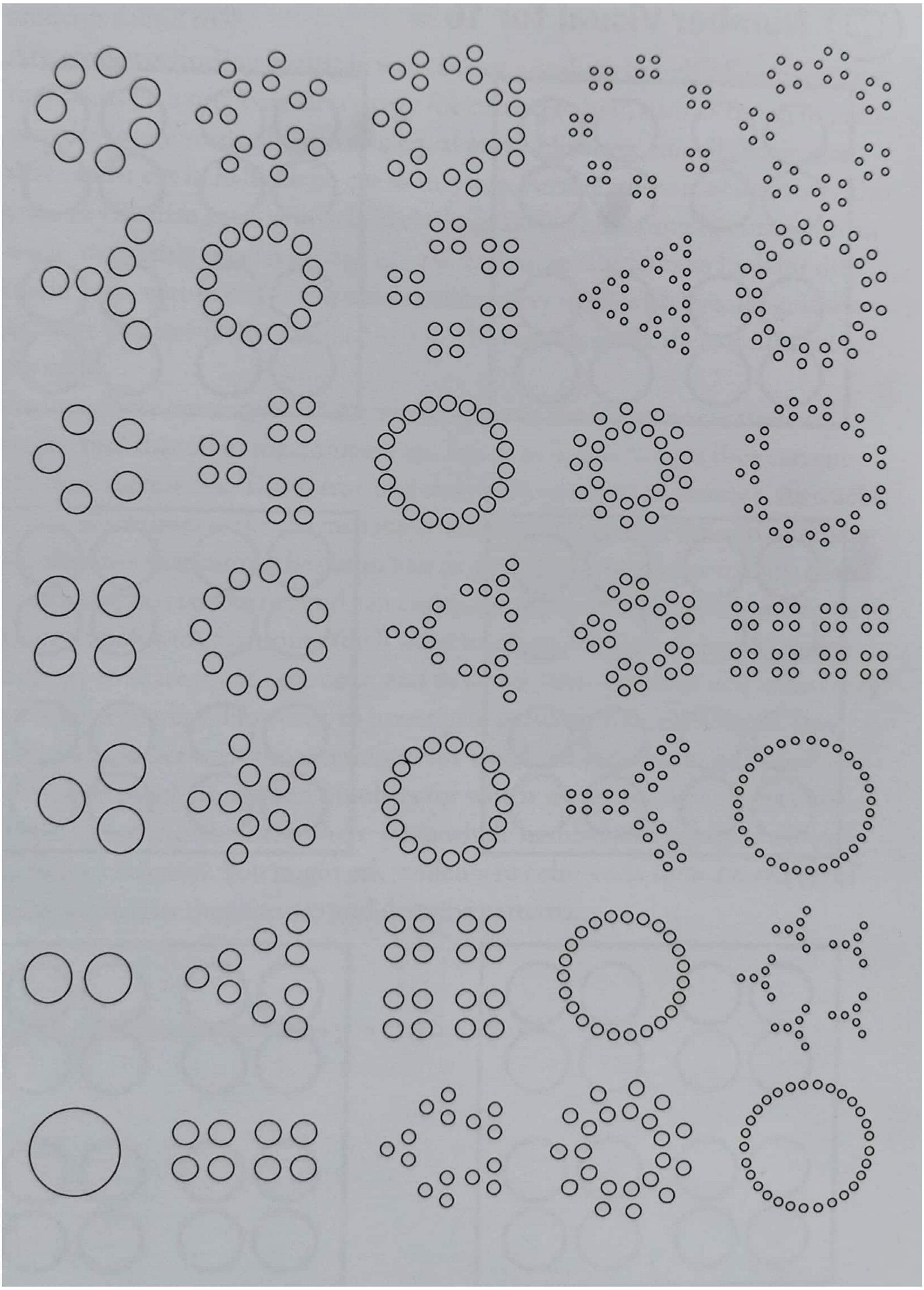


Abbildung: Übersichtsblatt zur Visualisierung der Zahlen

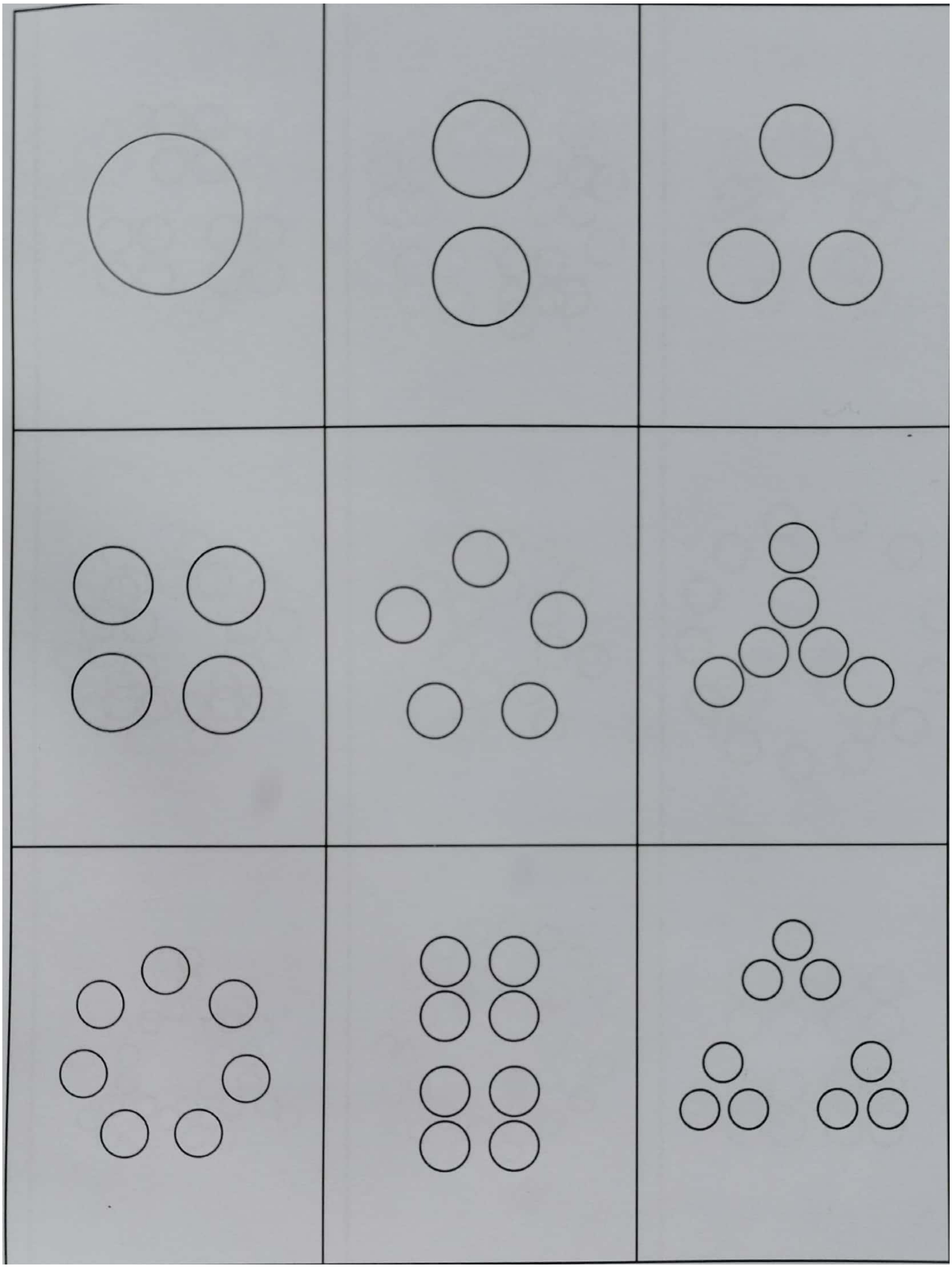


Abbildung A2_VisN1to9

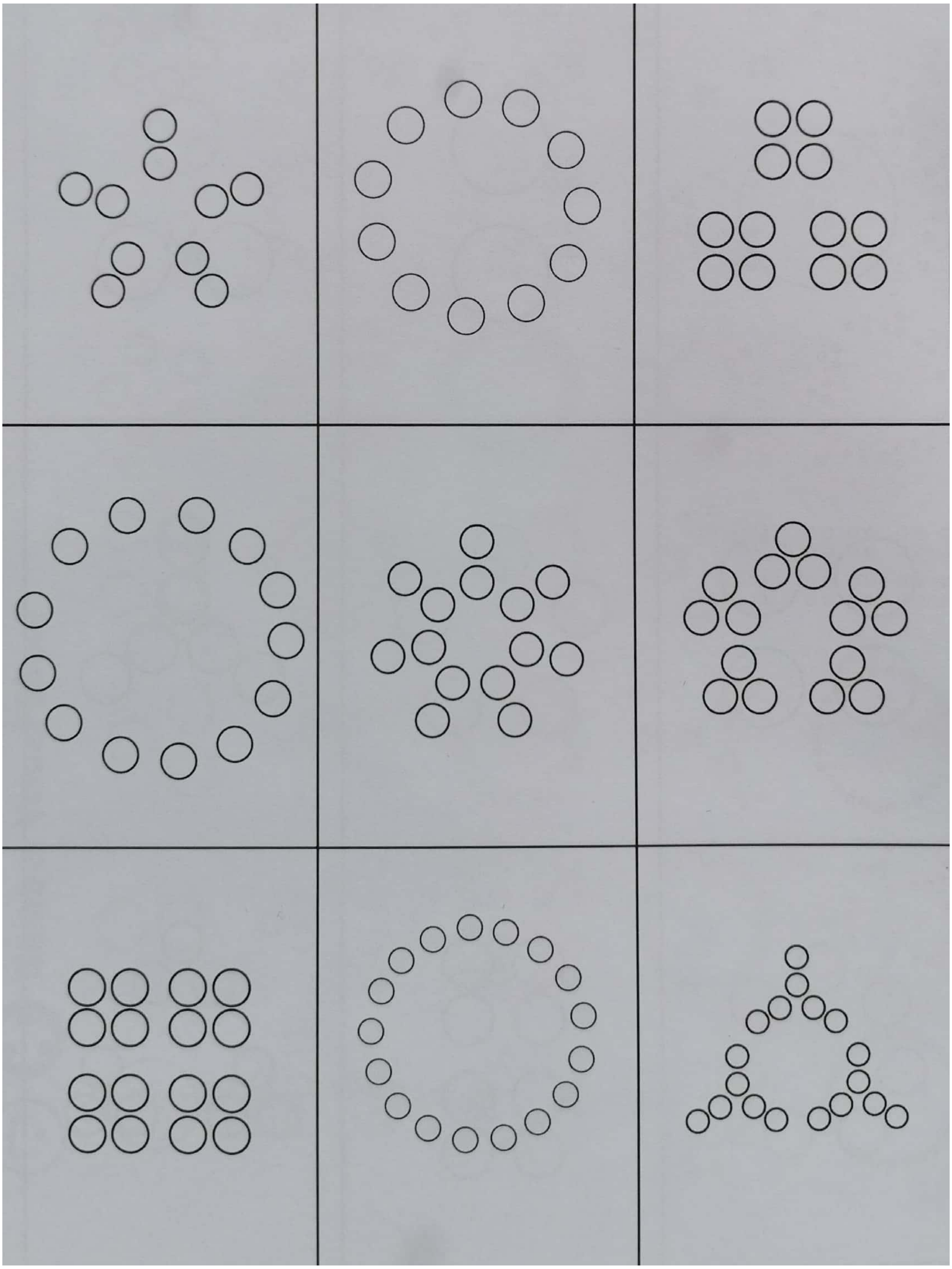


Abbildung A2_VisN10to18

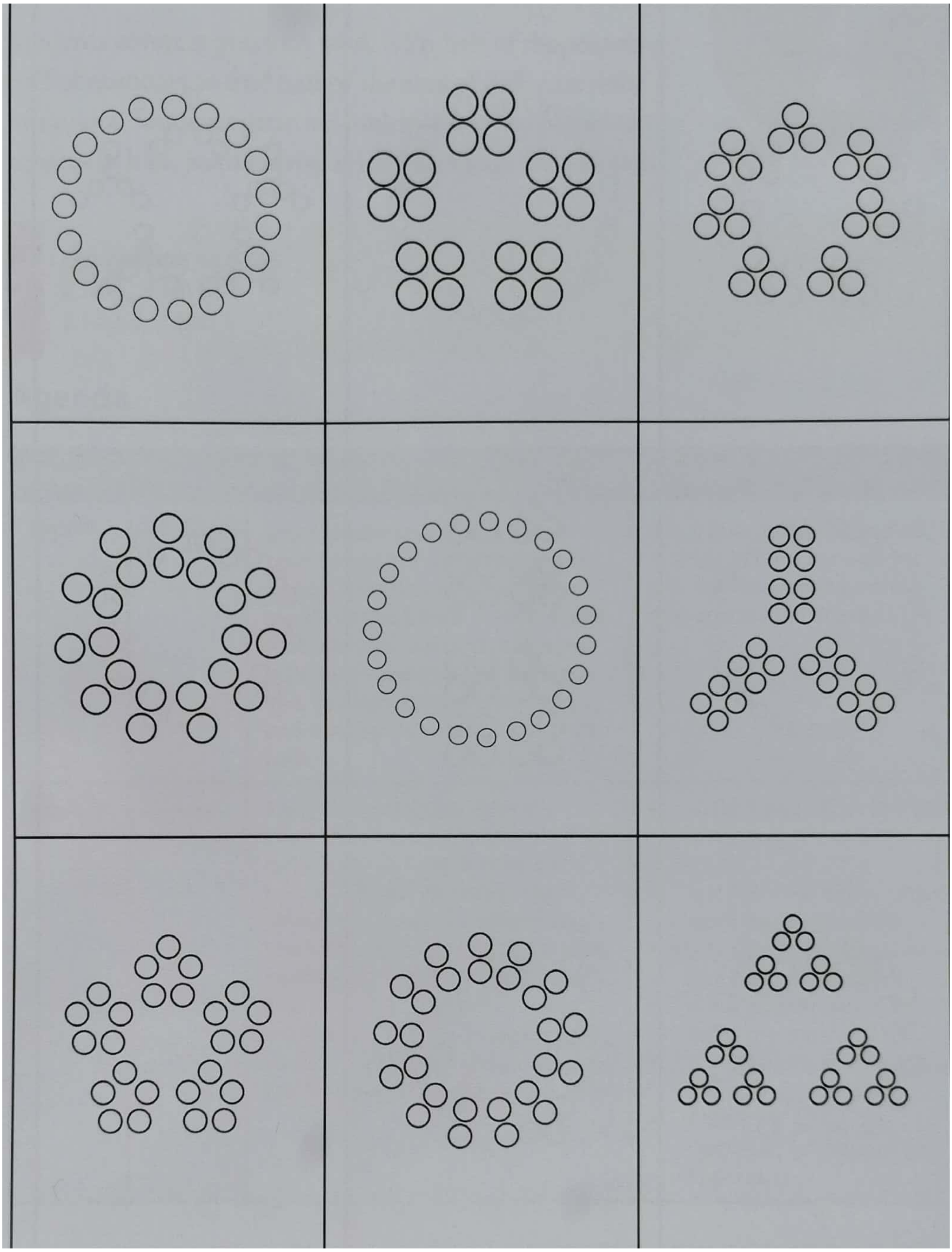


Abbildung A2_VisN19to27

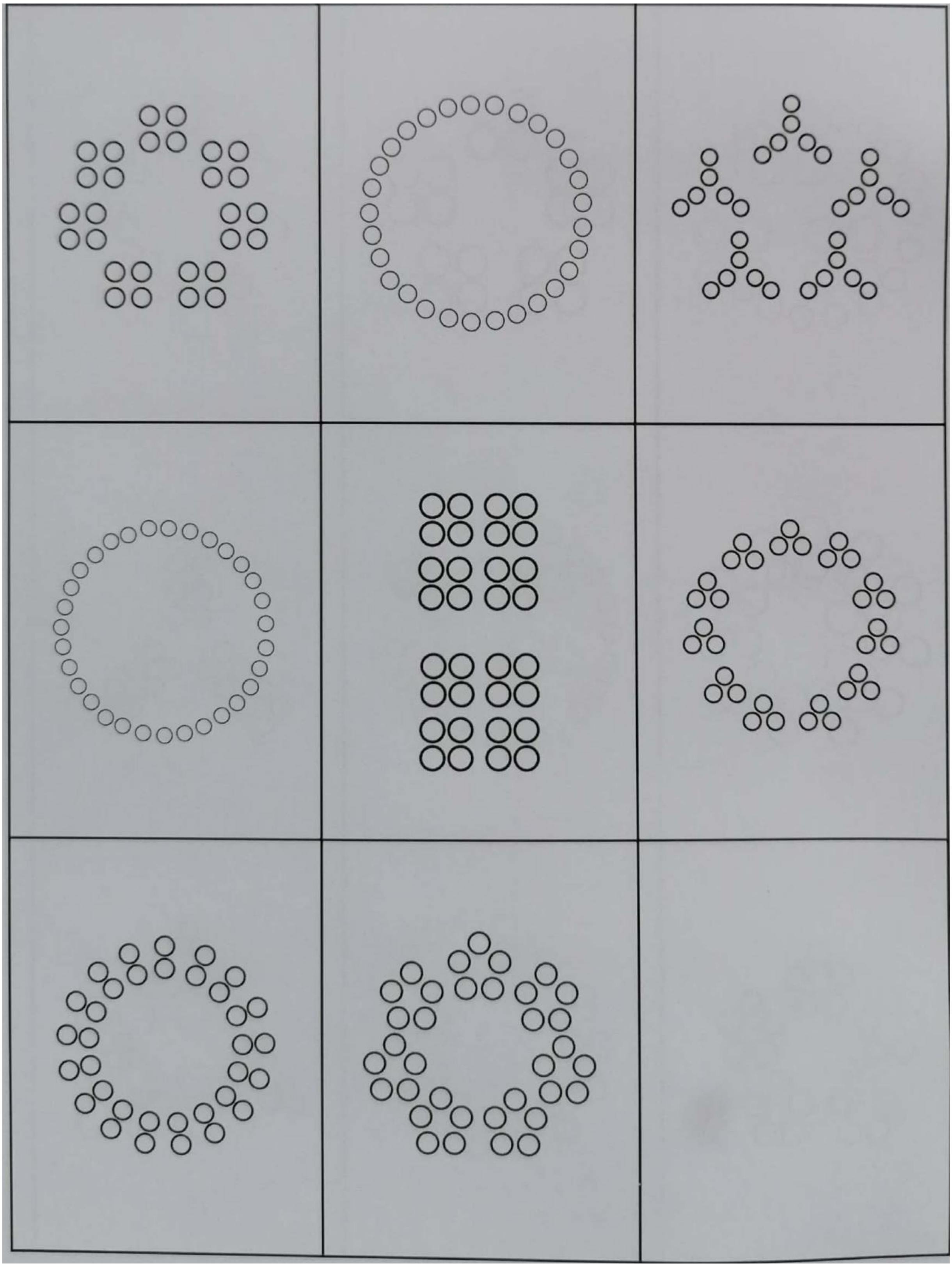


Abbildung A2_VisN28to35

THINK-~~PAIR~~-SHARE: Verwenden Sie die obige Abbildung (Abbildung A2_VisN28to35) und zeichnen Sie $\frac{1}{x}$ ein! Den Wert von x bestimmen wir mit Hilfe eines Würfels.

Es ist kein Fehler über Fehler zu reden …

Fehlerhafte Sprechweisen hören …

Genau hinhören:

$$\frac{1}{2} \quad \text{„ein zwei“}$$

$$\frac{1}{3} \quad \text{„ein Dreitel“}$$

$$\frac{1}{2} \quad \text{„ein Zweitel“}$$

Analyse: Dem Kind fehlt das notwendige Vokabular, um Brüche richtig lesen zu können. Es ist wahrscheinlich, dass das Kind die Zahlen in einem Bruch als isolierte Zahlen sieht, welche lediglich durch einen Strich voneinander getrennt sind. Die fehlerhaften Sprechweisen wären in diesem Fall ein erster Indikator, dass das Kind den Bruch nicht als eine Beziehung zwischen zwei Zahlen wahrnimmt.

Es geht immer noch um die Absicherung von ½

Nun wollen wir die zwei Konzepte - zwei Verkleidungen einer Bruchzahl - miteinander in Verbindung setzen:

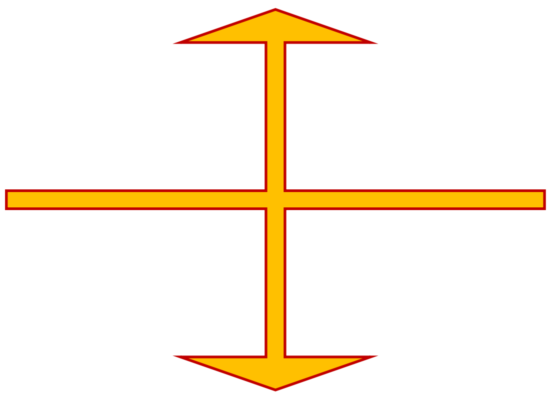
Die Hälfte von einer Fläche

Die Hälfte von Objekten | die Hälfe einer natürlichen Zahl

… im Doppelpack

R O A D M A P

Das Halbieren von einer Fläche



Das Halbieren von Zahlen

Dritte Aktivität:

$\frac{1}{2}$ im Quadrat!

1. **Die Aktivität vom Stapel laufen lassen:**

   Projektion des „8 x 8 Schachbretts“ (**Abbildung A3_8x8**)

   „Wie kann man das Schachbrettmuster teilen?“

   „Wie kann man das 8 x 8 Feld teilen?“

   „Wie kann man das Quadrat teilen?“

   Genügend Zeit lassen! Partnerdiskussionen.

   Horizontale Teilung | Vertikale Teilungslinie |Diagonale Trennungslinie | ZigZag-Linienführung | Teilung aller einzelnen Einheitsquadrate | diverse Muster …

   Wieder ist die Vielzahl an Ideen für die Teilung ein entscheidender Punkt.

   Schüler zeichnen ihre „Halben“ ein (Projektion über Dokumentenkamera)

2. **Selbstständige Arbeitszeit für die Schülerinnen und Schüler vorsehen:**

   Kopien der „Quadrat-Bretter“ für Partnerarbeit (**Abbildung A3_1to3, Abbildung A3_4x4, Abbildung A3_5x5, Abbildung A3_6x6, Abbildung A3_7x7,**) austeilen.

   „Spaziergang“ durch die Klasse: „Kannst du noch eine andere Halbierung finden?“
   „Was ergibt die Hälfte des Quadrats?“
   „Woher weißt du, dass du genau die Hälfte gefunden hast?“

   Die Teilnehmer in den einzelnen Schülerarbeitsgruppen auswechseln, um die Diskussionen zu beleben und neue Sichtweisen für die Teilnehmer zu generieren.

   Schüler präsentieren ihre Ausarbeitung (Dokumentenkamera) und erläutern ihren Zugang.

   Erwünscht: Symmetrien werden aufgezeigt, vielfältige Muster werden in diesem Zusammenhang besprochen. Grundsätzliche Kontrollmöglichkeit durch das Abzählen der Einheitsquadrate (mögliche Benennung im Unterricht: Einheitsquadrat = „Basisquadrat“)

3. **Ausbaustufe „Herausforderung“:**

   Gemeinsame „Klassendiskussion“

   „Was ist ein Halb von diesem Quadrat?“ ACHTUNG (Beispiel 6x6-Feld): Die Schülerantwort „Die Hälfte vom 6x6 Feld ist 18“ sollte man richtigstellen. Richtig müsste es lauten: „Die Hälfte vom 6x6 Feld sind 18 kleine Quadrate“.

   Weitere (offene) Fragen für die Klassendiskussion: „Was hat dich bei dieser Übung erstaunt?“ oder „Was wäre deine Lösungsstrategie, wenn die Rechtecke nicht mehr quadratisch sind?“

Anmerkung: Eine gut gebräuchliche Lösungsstrategie für diesen Aufgabentypus ist das Abzählen der kleinen Quadrate („Mosaikfliesen“). Achten Sie auf die Erklärungen der Kinder. Beispiel für eine (unvollständige Schülerantwort): „Es sind zwei hier und zwei hier, somit ist es ½.“ Wenn Sie so eine Aussage hören, fragen Sie nach: „Zwei von was?“ (gemeint sind zwei kleine Quadrate). Es ist wichtig, dass man in diesem Kontext die Sprache für Flächen einsetzt, wenn man mit den SchülerInnen über deren Lösungsstrategien redet (also stets den Gedanken aufgreift, dass man eine Fläche mit kleineren „Flächen“ (Mosaiksteinen) überdeckt, um die gesamte, große Fläche zu bestimmen).

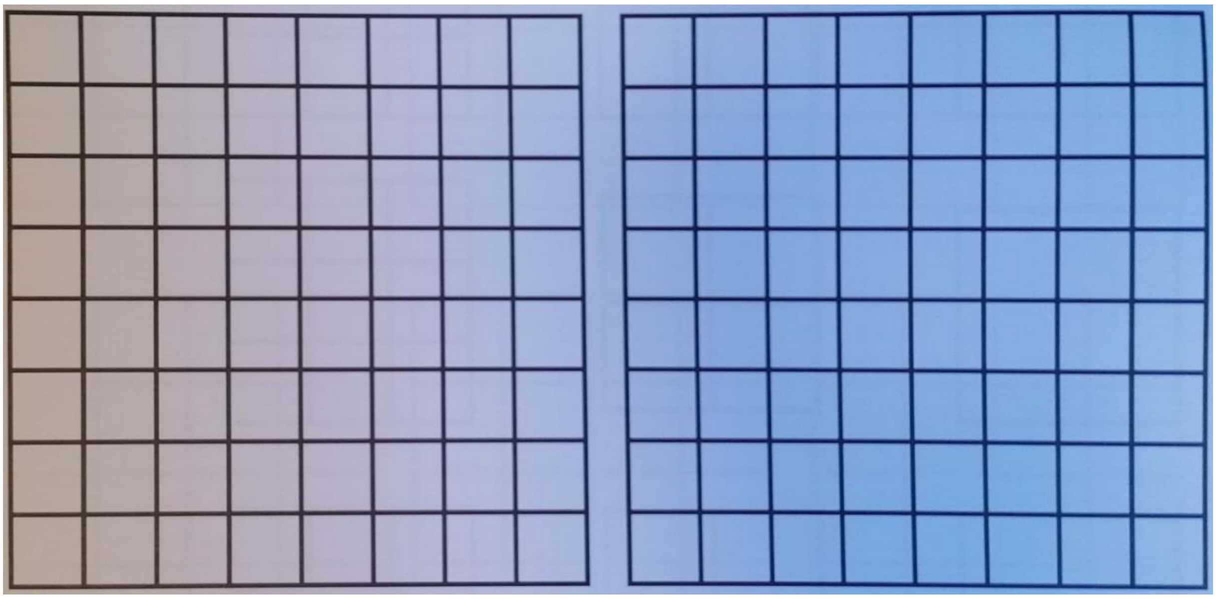


Abbildung A3_8x8

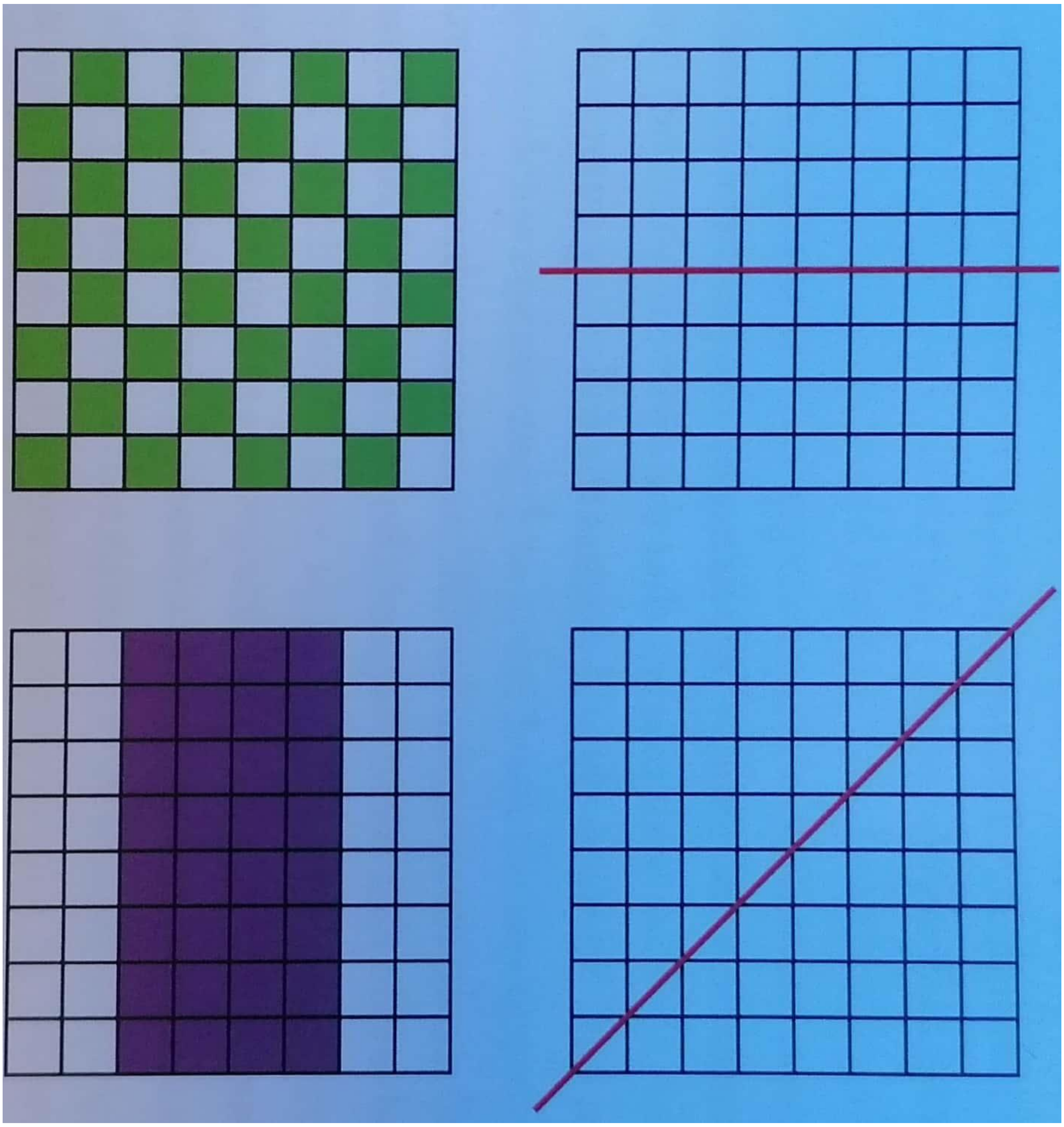


Abbildung: mögliche Lösungen, die sich in der Startphase für diese Aktivität ergeben könnten.

Auch die Teilung der einzelnen Einheitsquadrate ist eine kreative Lösungsstrategie für diesen Aufgabentypus. Ebenso gut könnte man für die Teilung eine „Zig-Zag-Linienführung“ verwenden.

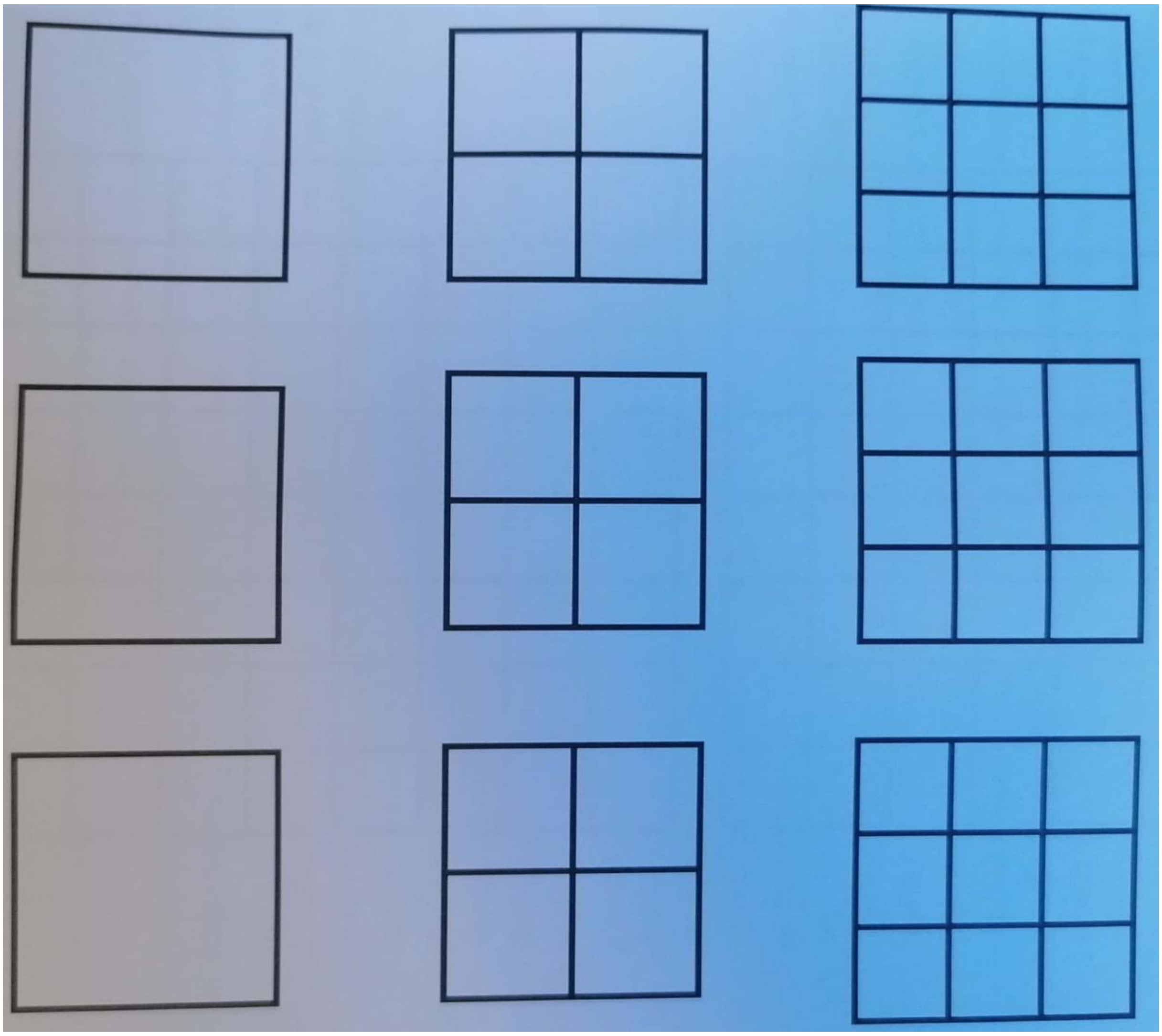


Abbildung A3_1to3

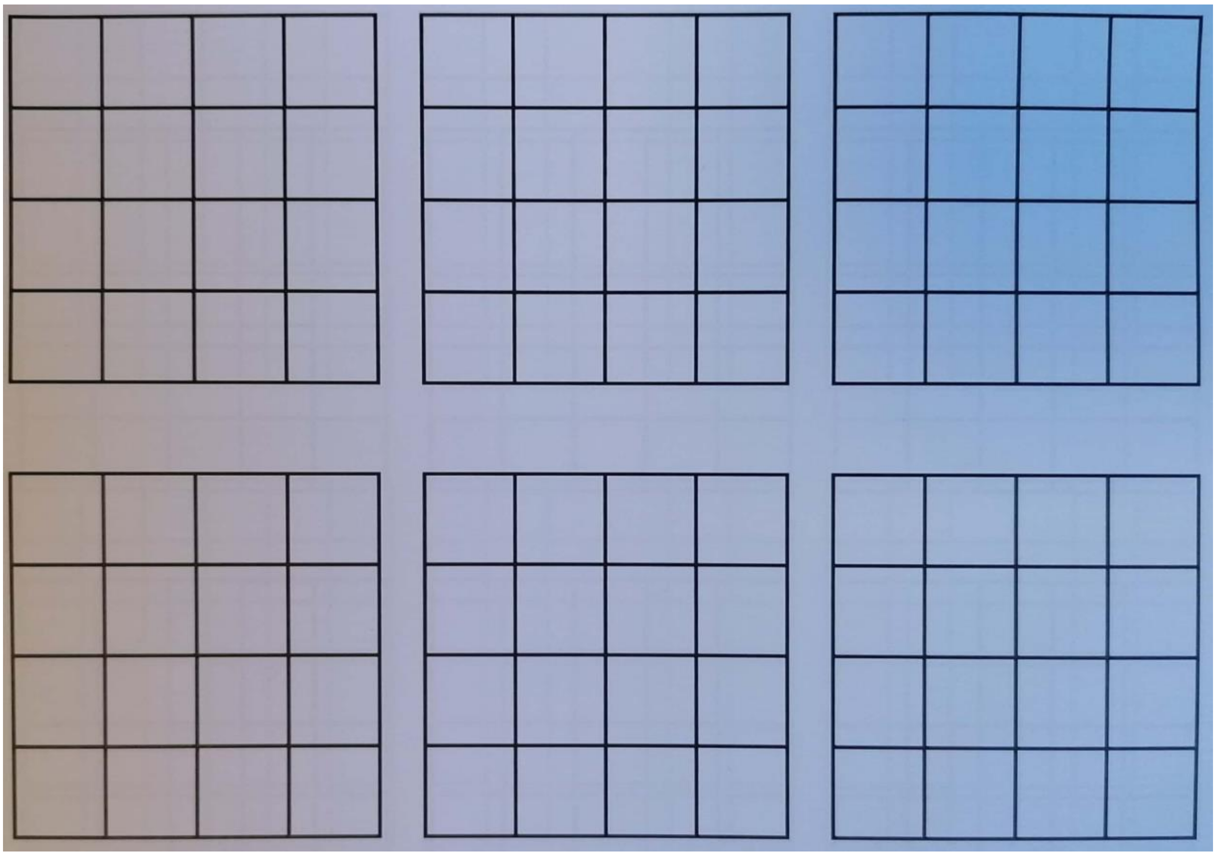


Abbildung A3_4x4

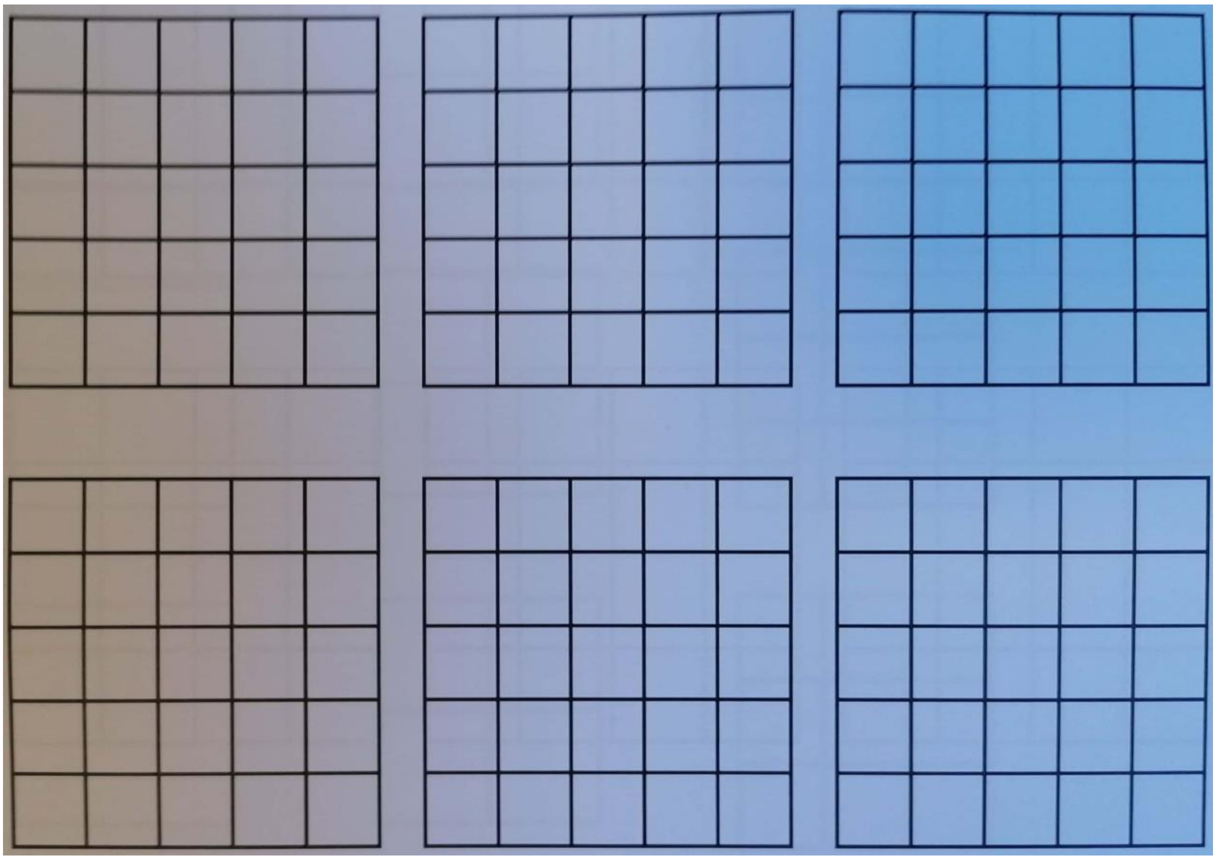


Abbildung A3_5x5

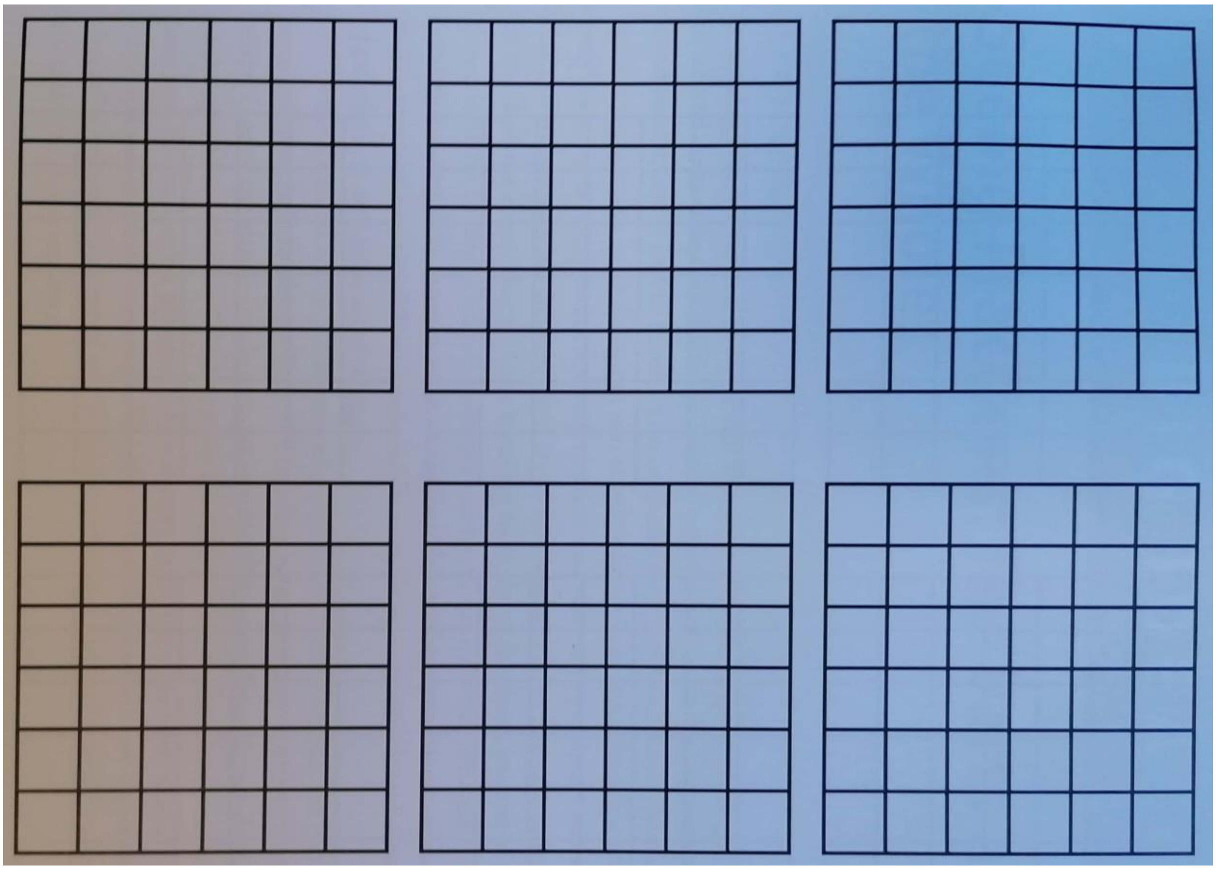
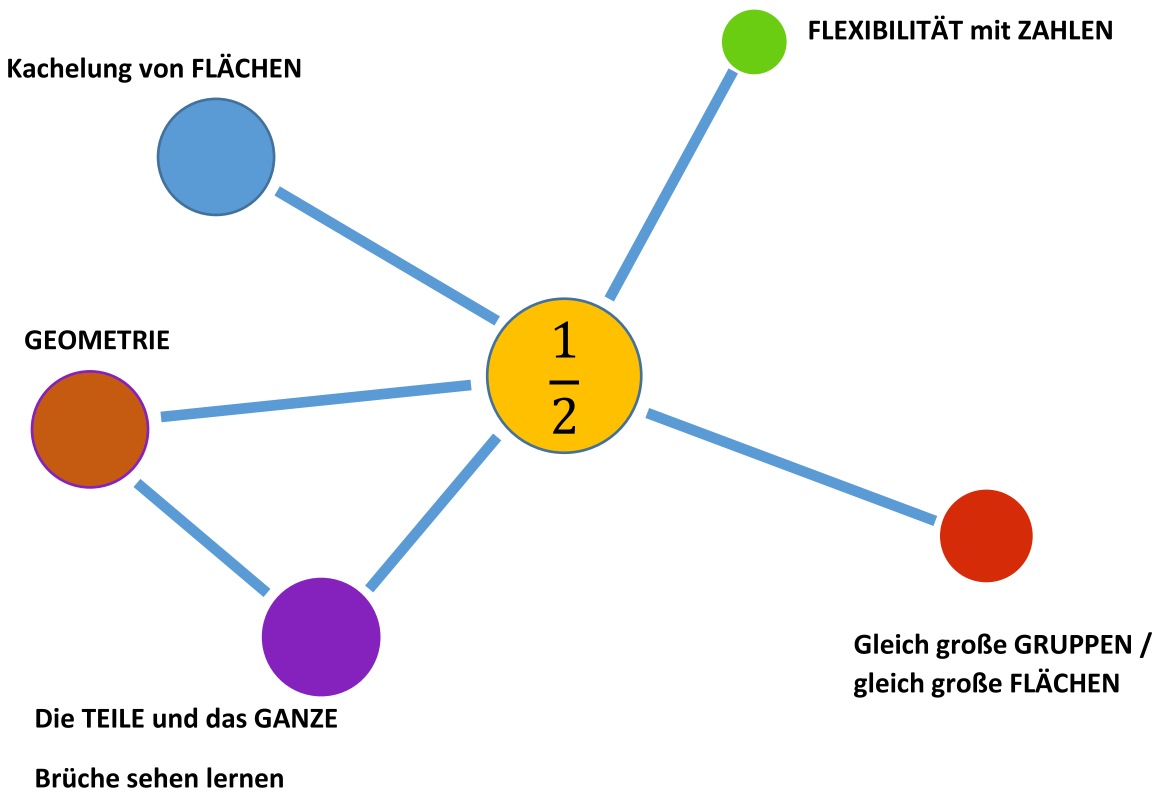


Abbildung A3_6x6

THINK-~~PAIR~~-SHARE: Verwenden Sie die obige Abbildung (Abbildung A3_5x5 bis Abbildung A3_6x6) und zeichnen Sie $\frac{1}{x}$ ein! Den Wert von x bestimmen wir mit Hilfe eines Würfels.

½ erobert die Welt der Mathematik
Ein Ausflug in die Welt der Geometrie

Nun schaffen wir eine wunderbare Querverbindung zur Geometrie:



Wir lernen nun weitere Familienmitglieder von ½ kennen!

Die Schüler sollen andere Stammbrüche (Der Stammbruch bezeichnet einen Bruch mit einer 1 im Zähler und einer beliebigen natürlichen Zahl im Nenner) kennenlernen, indem sie diese in verschiedensten Kontexten wiedererkennen.

Stammbrüche sehen und eigene Stammbrüche bilden

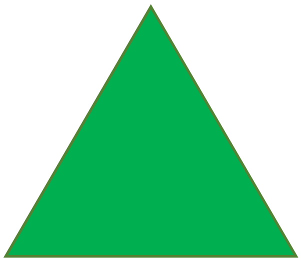
$\frac{1}{2}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{6}$ …

Und wo bleibt hier die Geometrie?

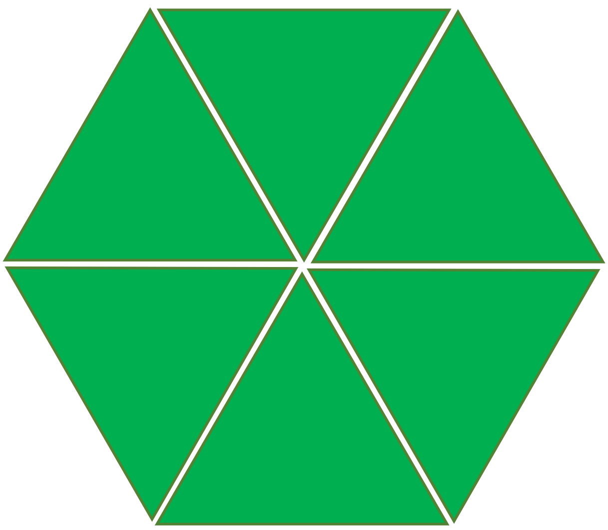
(hoffentlich nicht auf der Strecke …)?

Ausgehend von einfachen Formen …

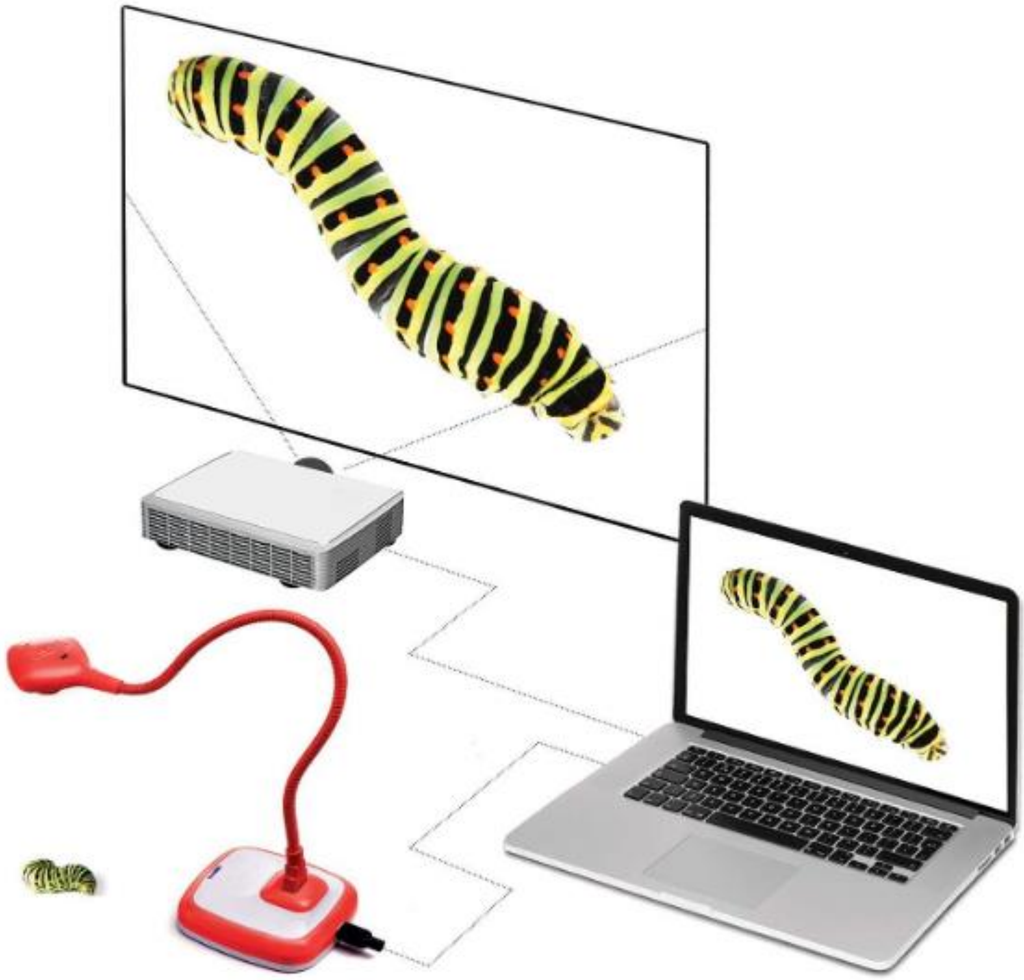
wie zum Beispiel dem Dreieck …



stellen wir Relationen zu anderen Formen her (wie zum Beispiel dem Sechseck):



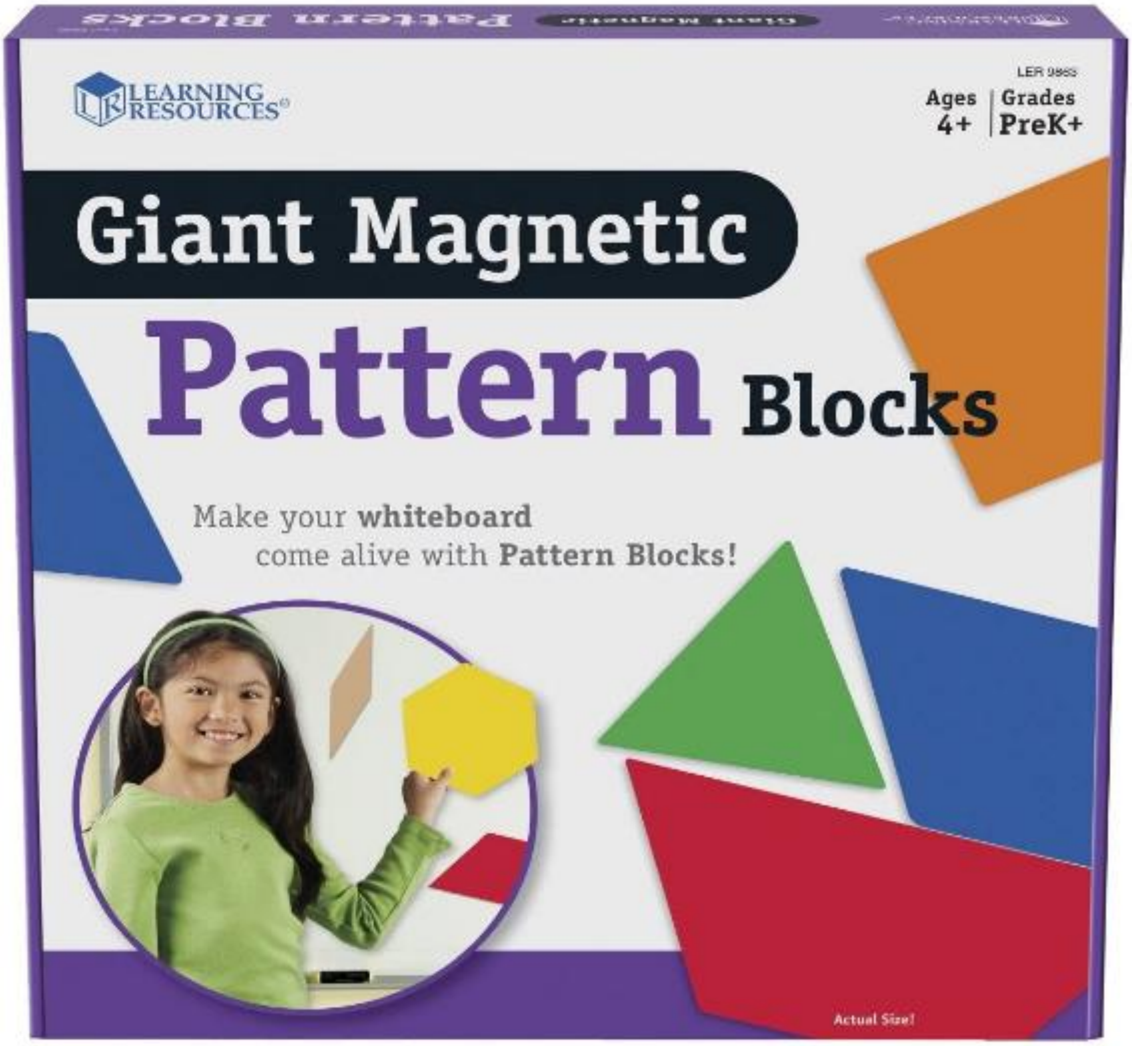
Konkret verwende ich zum Nachbauen der Figuren große **magnetische Formen**, die man für die Kinder gut sichtbar auf einer Magnettafel verschieben kann (alternativ kann man natürlich auch mit einer Dokumentenkamera im Unterricht arbeiten).



So können wir mit zwei grünen Dreiecken ein (blaues) Viereck nachbauen: Die Fläche des blauen Vierecks ist **doppelt so groß** wie die Fläche des grünen Dreiecks.

Abbildung A4_triangle-rhombus

Magnetformen für den Unterricht:


LEARNING RESOURCES
LER 9863
Ages 4+
Grades PreK+
Giant Magnetic
Pattern Blocks
Make your whiteboard come alive with Pattern Blocks!
Actual Size!

So können wir auch aus einem Dreieck und einem blauen Viereck ein noch größeres **rotes Viereck** herstellen! (Alternativ könnten wir das größere Viereck auch mit drei einzelnen Dreiecken herstellen):

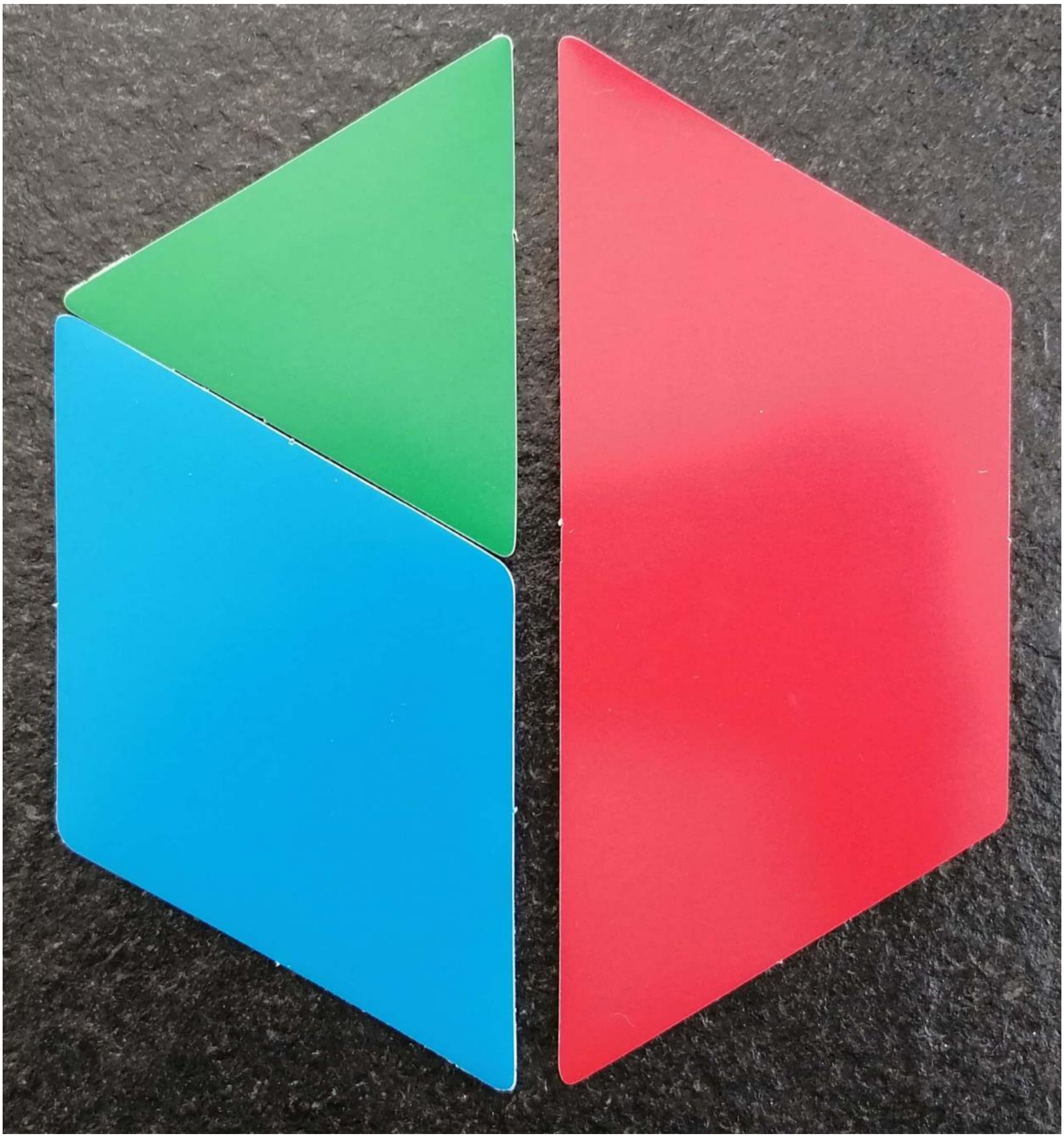


Abbildung A4_rhombus-trapez

… und aus zwei solcher roten Vierecke ergibt sich ein Sechseck!

Abbildung A4_trapez-hexagon

UND NUN KANN ES LOS GEHEN …

Vierte Aktivität:

Die Familienmitglieder von $\frac{1}{2}$

1. **Die Aktivität vom Stapel laufen lassen:**

   Die geometrischen Formen werden vorgestellt (**Abbildung A4_triangle-rhombus, Abbildung A4_rhombus-trapez, Abbildung A4_trapez-hexagon**) damit die Relationen zwischen den einzelnen Formen ersichtlich werden.

   „Welche Bruchteile kannst du entdecken?“

   „Wie könnten wir diese Bruchteile sinnvoll benennen?“

   Einigung über die Namenskonvention zu den Bruchteilen.

2. **Selbstständige Arbeitszeit für die Schülerinnen und Schüler vorsehen:**

   Genügend Kopien für die Partnerarbeit (**Abbildung A4_|A|, Abbildung A4_|B|, Abbildung A4_|C|, Abbildung A4_|D|, Abbildung A4_|E|, Abbildung A4_|F|, Abbildung A4_|G|, Abbildung A4_|H|**) austeilen.

   „Spaziergang“ durch die Klasse: „Welche Bruchteile habt ihr gefunden?“ „Woher weißt du, dass du genau ein Drittel gefunden hast?“, „Was genau ist nun ein Viertel?“ (Antwort: „Das rote Viereck ist ein Viertel dieses gesamten Musters!“)

   Schüler präsentieren ihre Überlegungen und Zuordnungen (zum Beispiel mittels einer Dokumentenkamera gut sichtbar gemacht für die gesamte Klasse) und erläutern ihren Zugang.

   Anschließend ordnen die Schüler ihre Entdeckungen einer vorbereiteten Klassifizierung (zum Beispiel an der der Tafel) zu.

   Wichtig: Als Überschriften in diesem Klassifizierungsschema werden die üblichen Bruchschreibweisen verwendet (siehe **Abbildung A4_class**)

3. **Ausbaustufe „Herausforderung“:**

   Gemeinsame „Klassendiskussion“

   „Ist das blaue Viereck immer ein Viertel?“

   In Bezug auf eine einzelne Spalte im Klassifizierungsschema: „Susanne hat sich für A entschieden, Thomas hat sich für B entschieden. Welche Eigenschaft haben die beiden Bilder gemeinsam?“

Tafelbild für die Klassifizierung der „Familienmitglieder“:

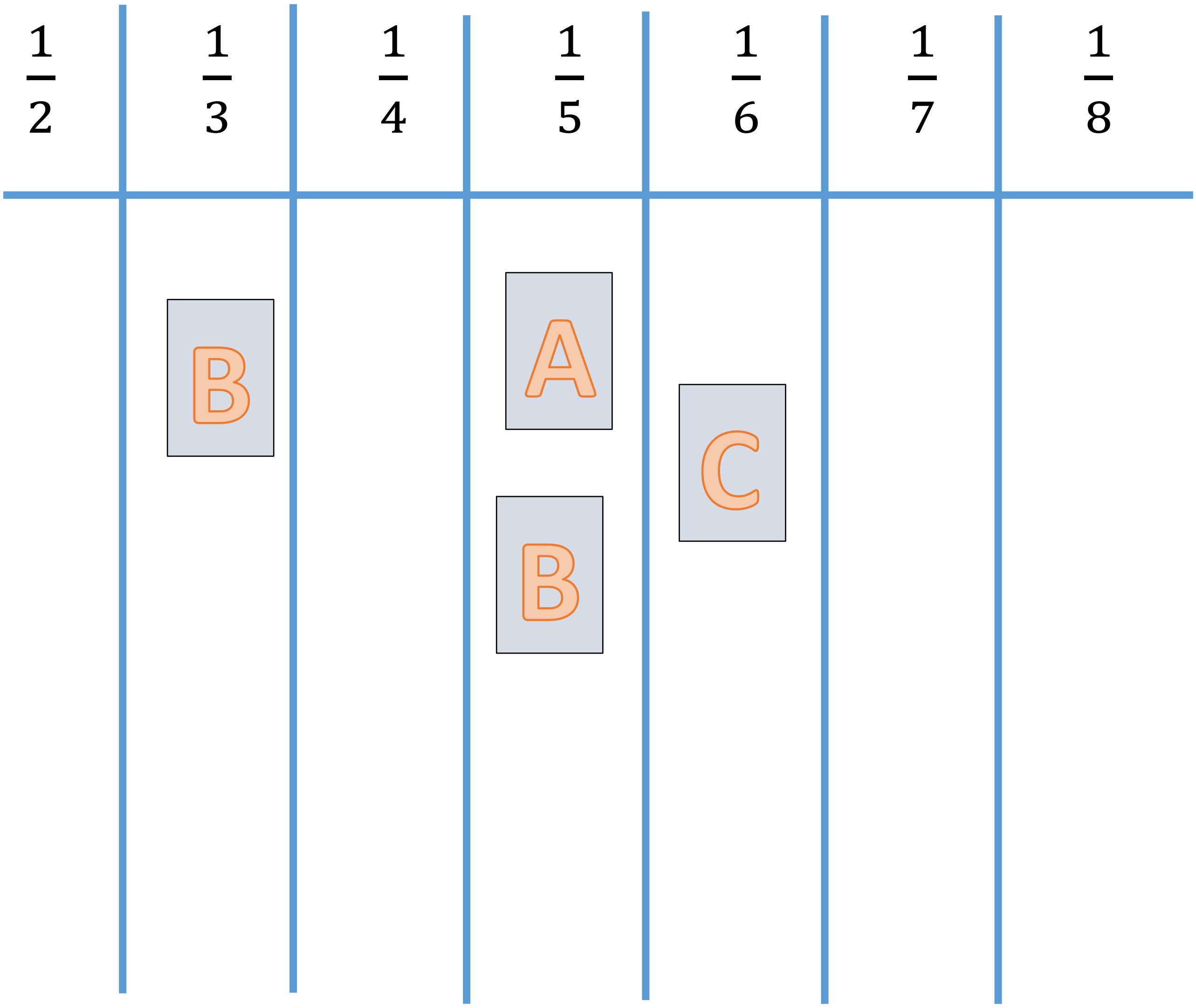


Abbildung A4_class

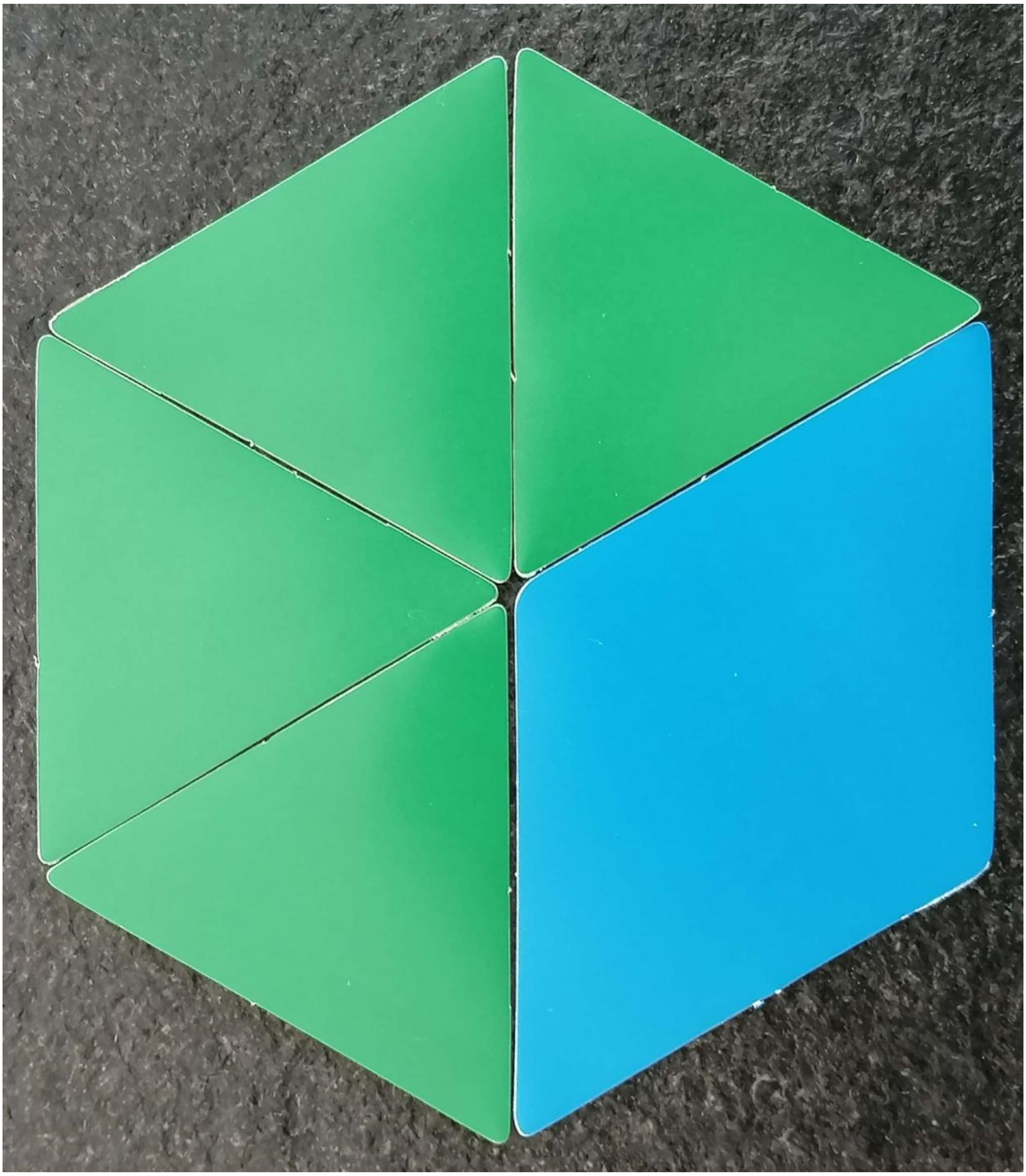


Abbildung A4_|A|

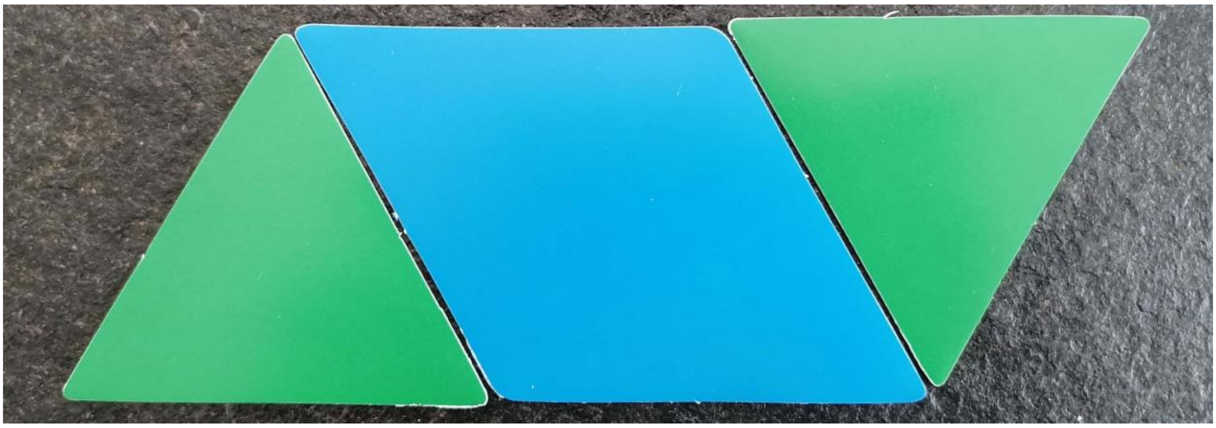


Abbildung A4_|B|

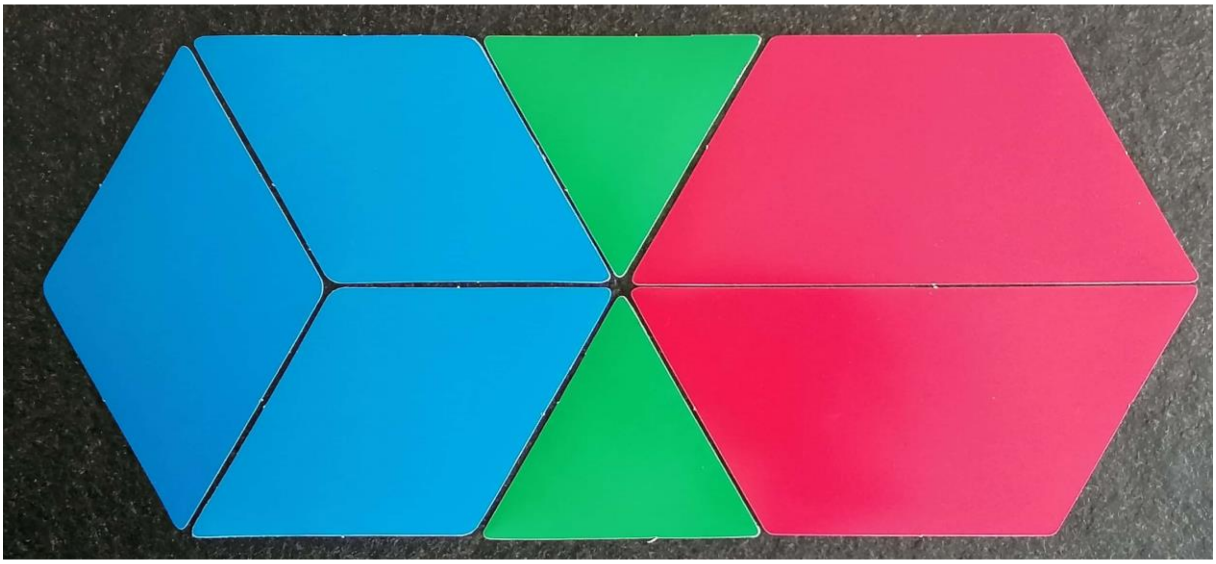


Abbildung A4_|C|

ARBEITSAUFTRAG ***(LIVE | 9)****: / Können Sie in dieser Abbildung oben (***Abbildung A4_|C|***) einen Stammbruch finden? Formulieren Sie Ihre Antwort, so dass klar wird, was Sie in dieser Abbildung als Bruchteil der gesamten Form ansehen!*

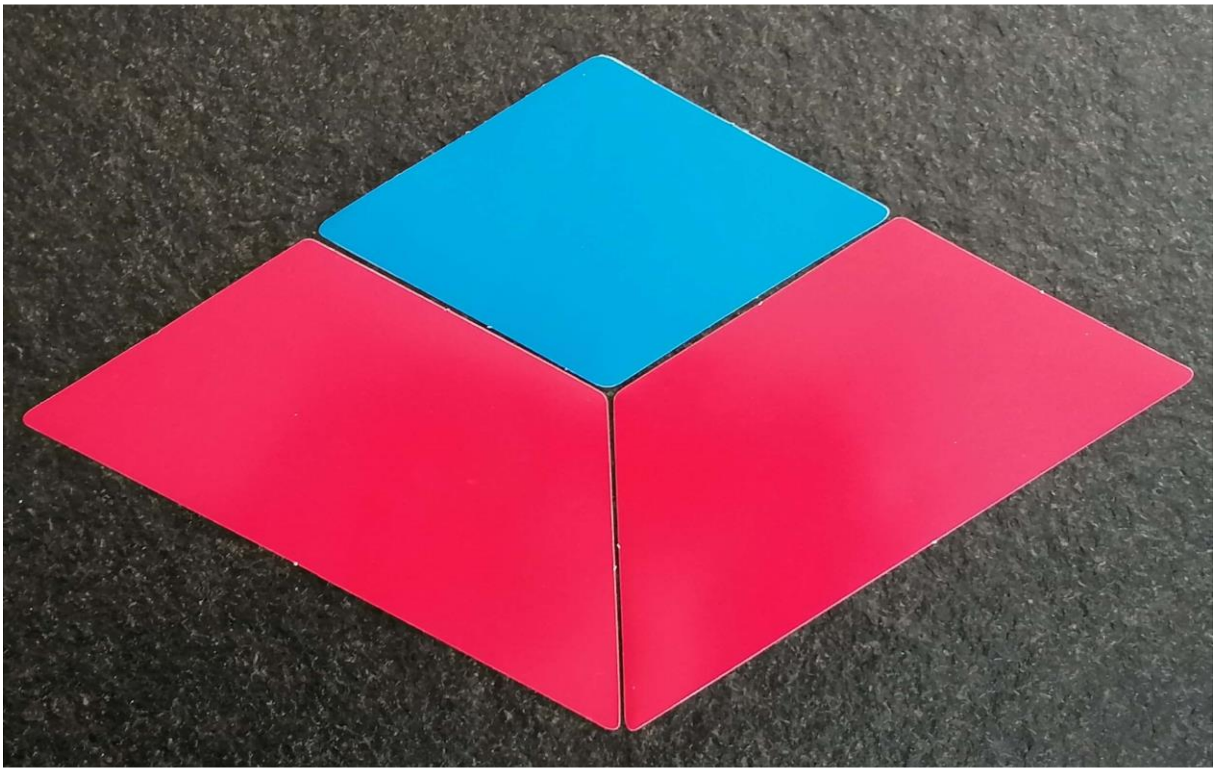


Abbildung A4_|D|

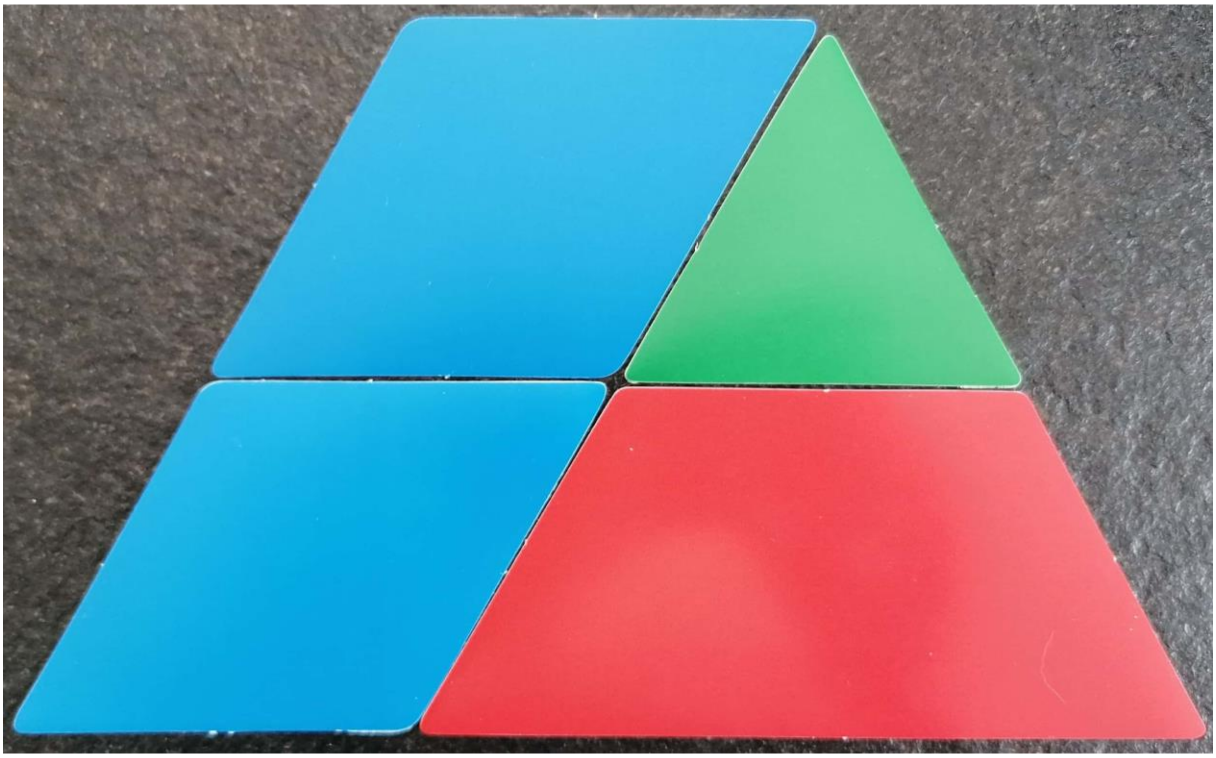


Abbildung A4_|E|

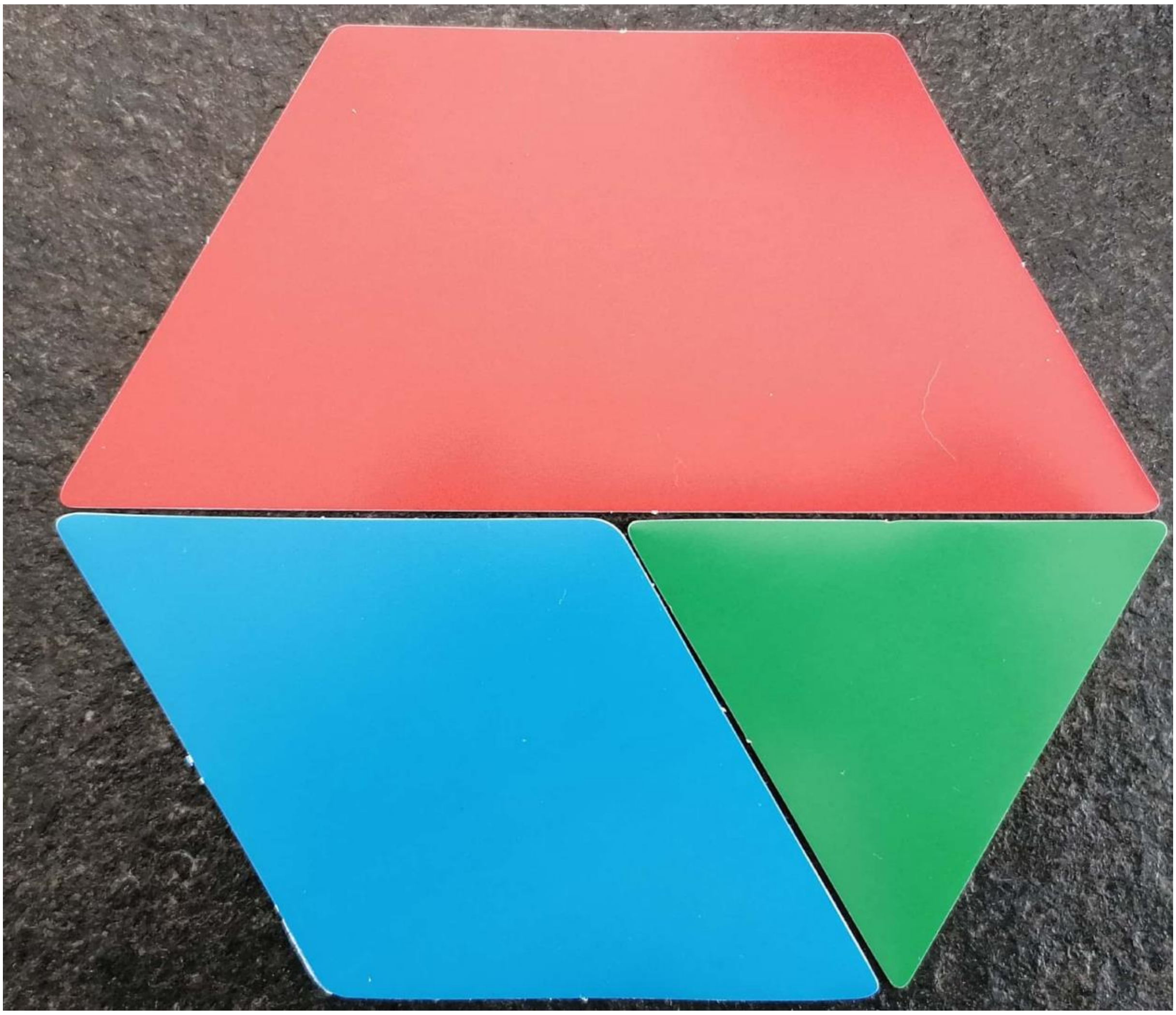


Abbildung A4_|F|

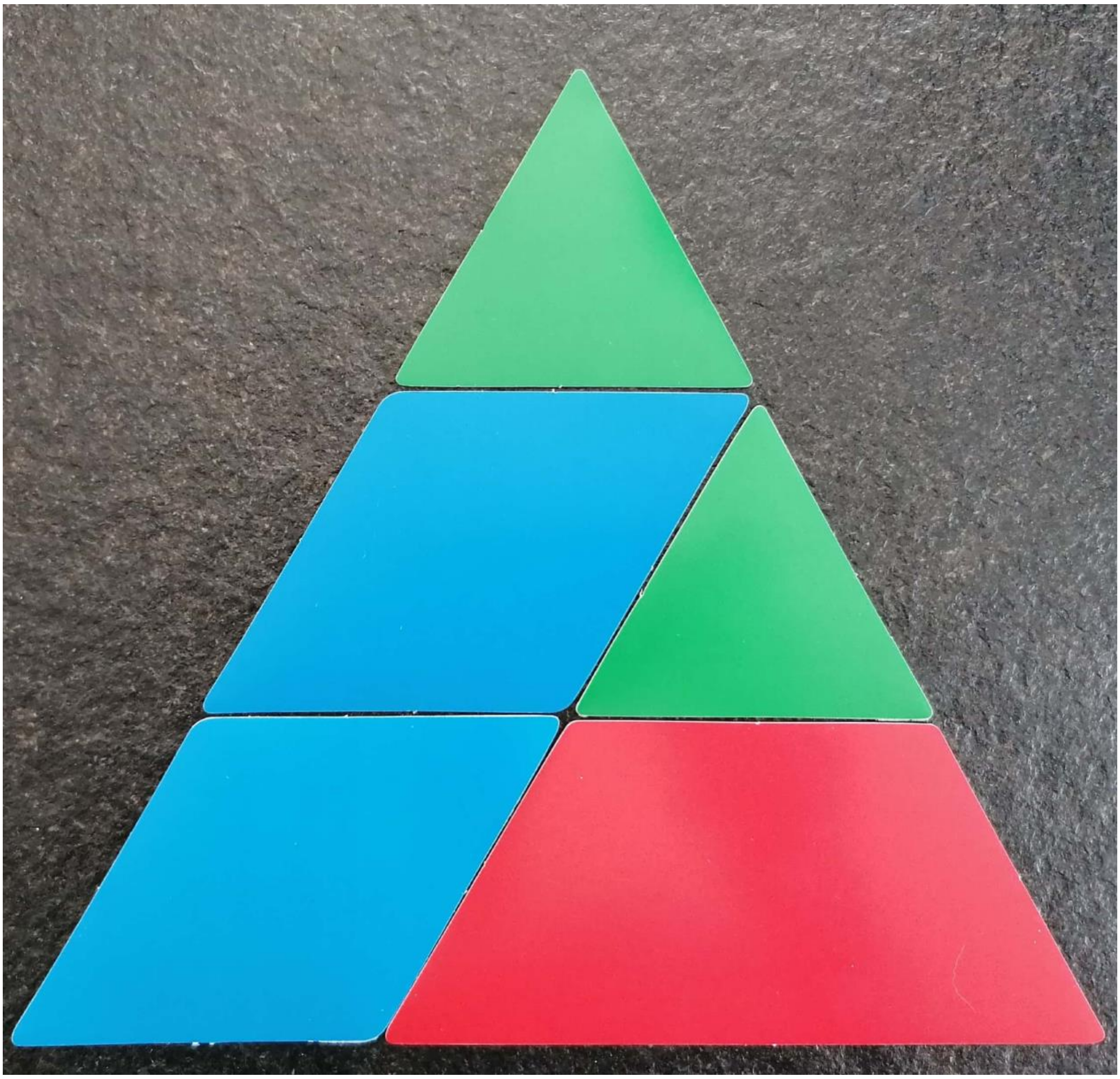


Abbildung A4_|G|

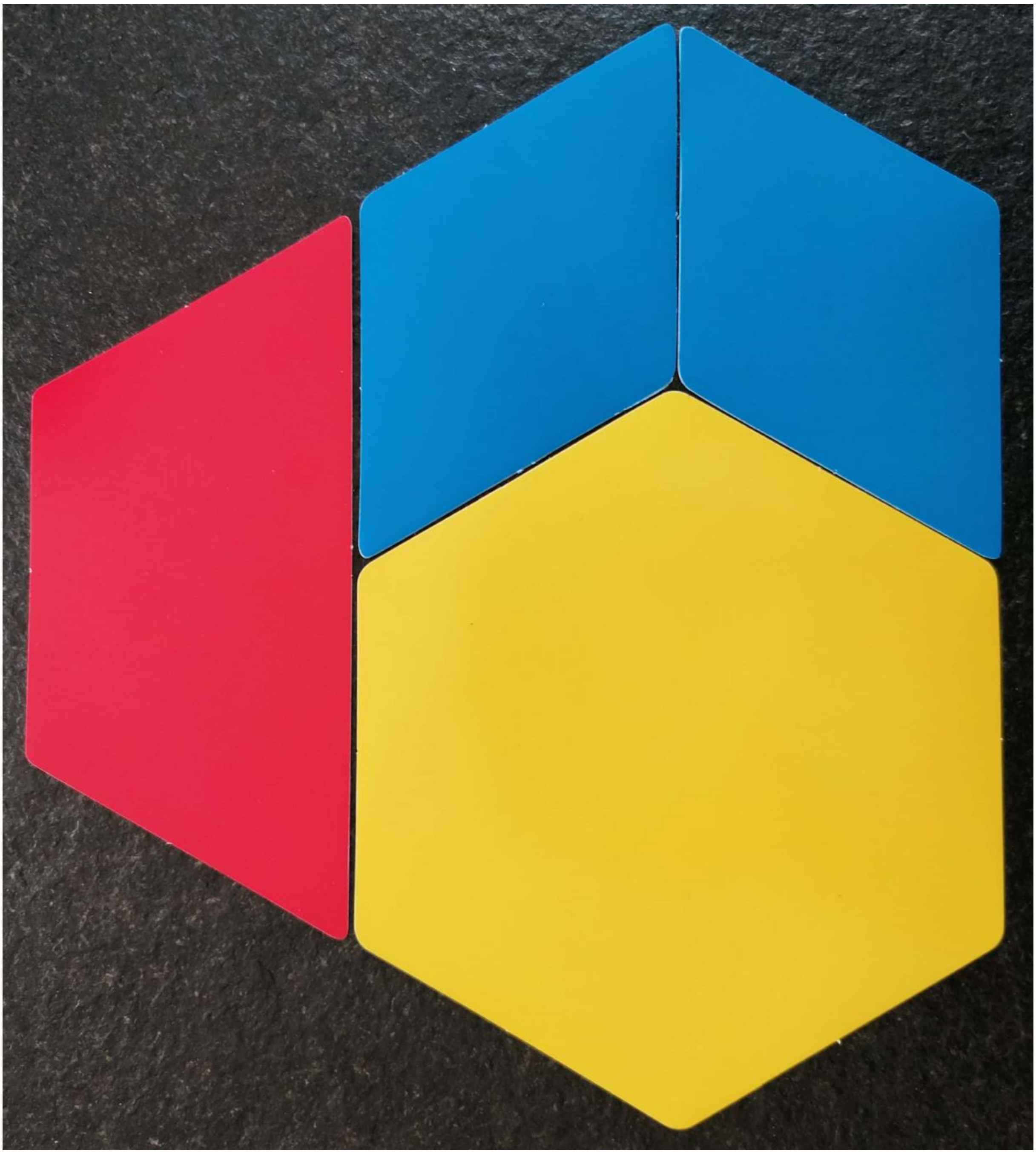
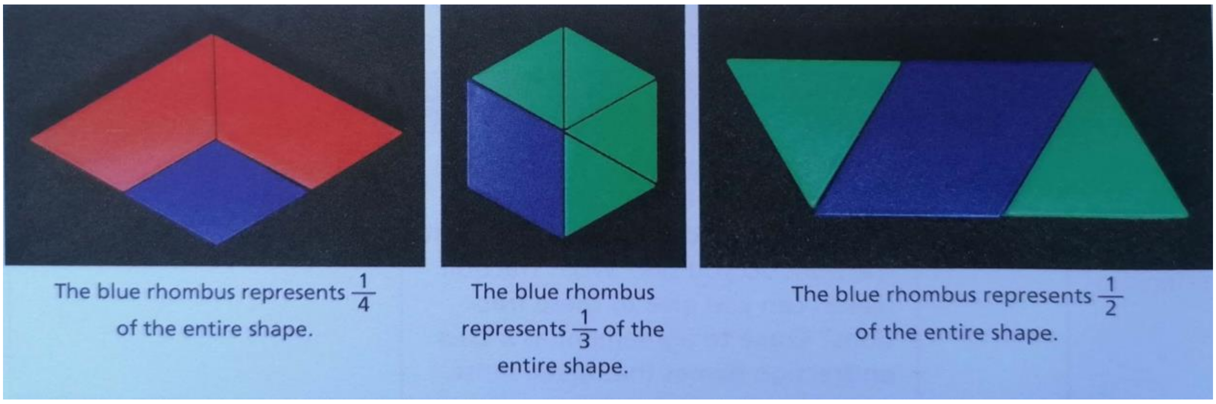


Abbildung A4_|H|

ARBEITSAUFTRAG ***(LIVE | 10)****: / Wählen Sie sich eine der Abbildungen aus (***Abbildung A4_|A| bis Abbildung A4_|H|****) und suchen Sie Ihren Stammbruch-Favorit! Welche Stammbruch haben Sie gefunden?*

BEACHTE:

Keine Form ist zum Beispiel ¼ für sich selbst genommen – sie ist ¼ von etwas Größerem. Die große Idee hinter dem ganzen Szenario: Ein Bruch ist eine Beziehung zwischen einem Teil und dem Ganzen!



Be on the lookout …

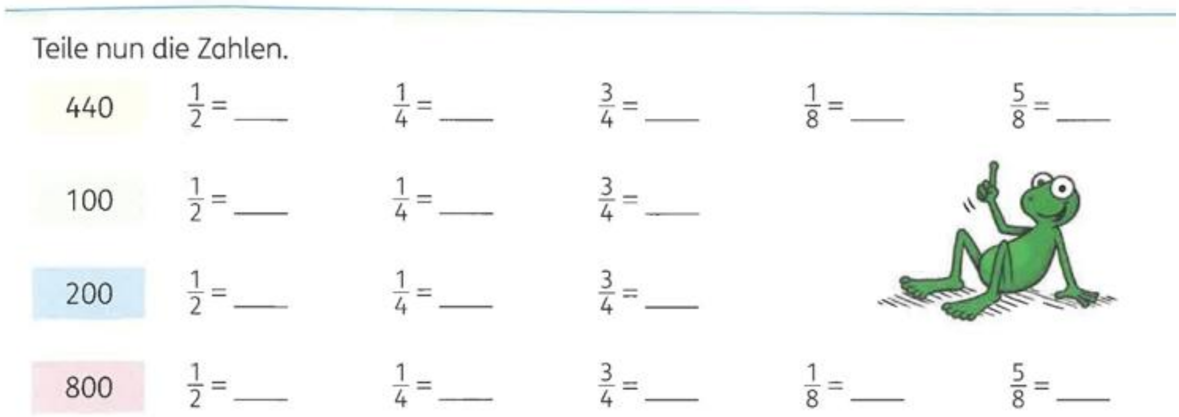
Ein Muster kann sich aus nur zwei Teilen zusammensetzen (zum Beispiel aus einem blauen Rhombus und einem grünen Dreieck), und dennoch ist das Dreieck (die Dreiecksfläche) ein Drittel des gesamten Musters (und eben nicht ein Halb!).

(Hier ergibt sich ein intellektuelles Feuerwerk für die Kinder: achten wir auf die Zahl oder achten wir auf die Fläche??)

Was bisher geschah …

Ein kritischer Blick auf das Schulbuch:

In Erinnerung rufend …



Teile nun die Zahlen.

440	$\frac{1}{2}$ = ___	$\frac{1}{4}$ = ___	$\frac{3}{4}$ = ___	$\frac{1}{8}$ = ___	$\frac{5}{8}$ = ___
100	$\frac{1}{2}$ = ___	$\frac{1}{4}$ = ___	$\frac{3}{4}$ = ___		
200	$\frac{1}{2}$ = ___	$\frac{1}{4}$ = ___	$\frac{3}{4}$ = ___		
800	$\frac{1}{2}$ = ___	$\frac{1}{4}$ = ___	$\frac{3}{4}$ = ___	$\frac{1}{8}$ = ___	$\frac{5}{8}$ = ___

Ein Blick in den neuen Lehrplan:

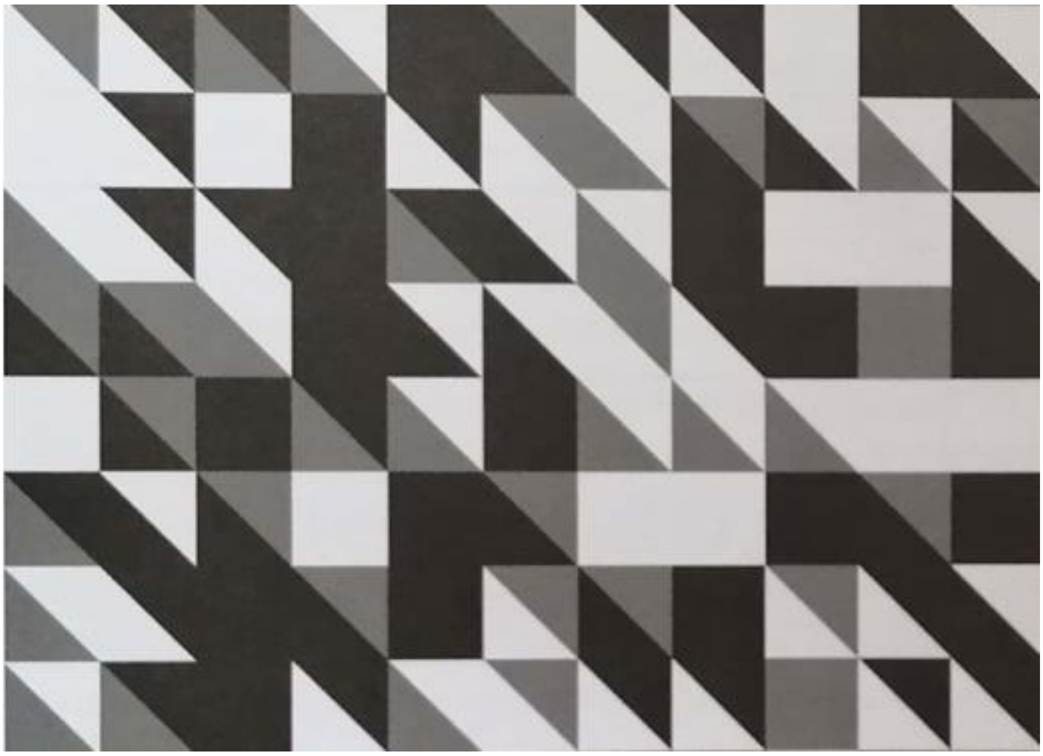
In Stichwörtern zitiert …

- Flächeninhalt einfacher ebener Figuren
- Auslegen von Flächen als tragfähige Grundvorstellung
- Teilen und Messen
- Beim Messen zunächst auch nicht genormte Einheiten verwenden
- Dreieck, Viereck, Quadrat, Rechteck
- Aus Flächen zusammengesetzte Figuren legen
- Bruchschreibweise
- Flächeninhalt abschätzen können

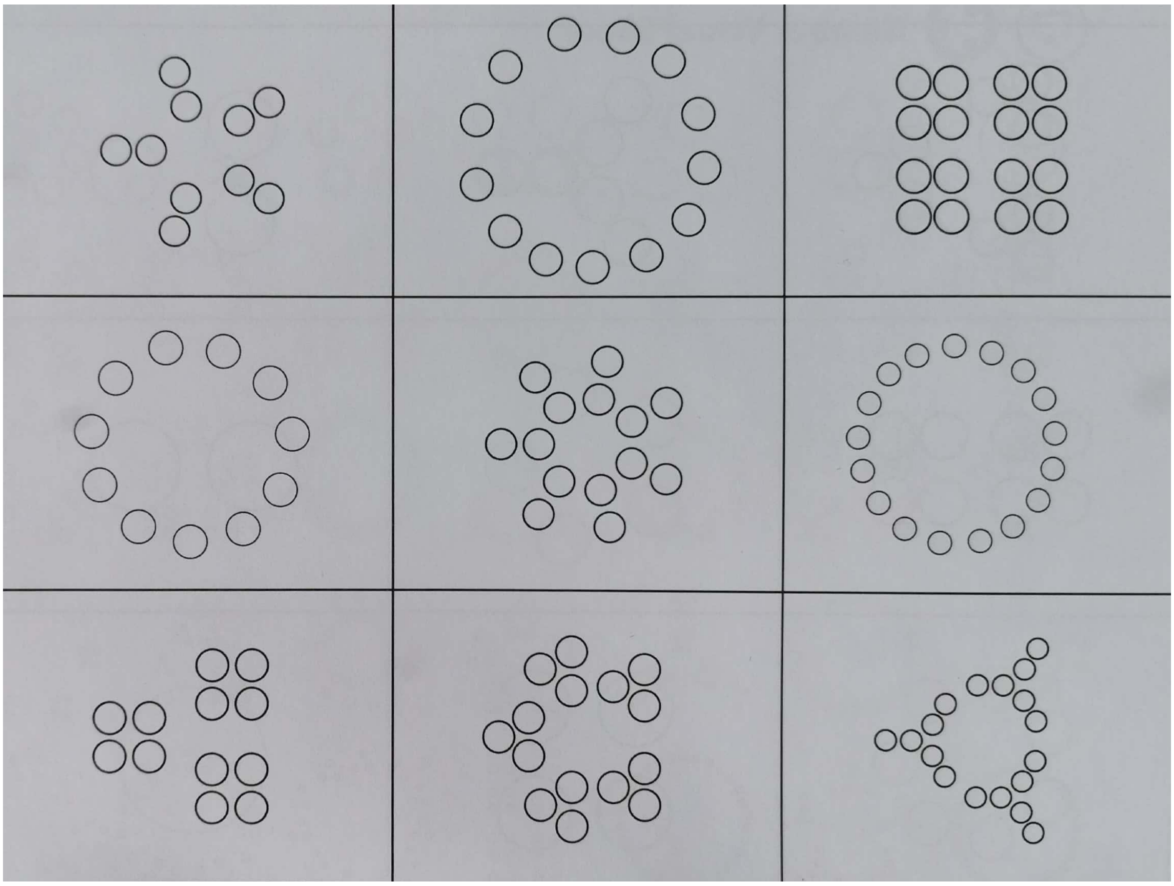
Präsentation des Angebots von Jo Boaler (joboaler.com):

Jo Boaler (born 18 February 1964)[1] is a British education author and Nomellini-Olivier Professor of Mathematics Education at the Stanford Graduate School of Education.[2] Boaler is involved in promoting reform mathematics and equitable mathematics classrooms.[3][4] She is the co-founder and faculty director of youcubed[5] a Stanford centre that offers free mathematics education resources to teachers, students and parents. She is the author of nine books, including *Limitless Mind* (2019), *Mathematical Mindsets* (2016), *What's Math Got To Do With It?* (2009)[6] and *The Elephant in the Classroom* (2010),[7] all written for teachers and parents with the goal of improving mathematics education in both the US and UK.

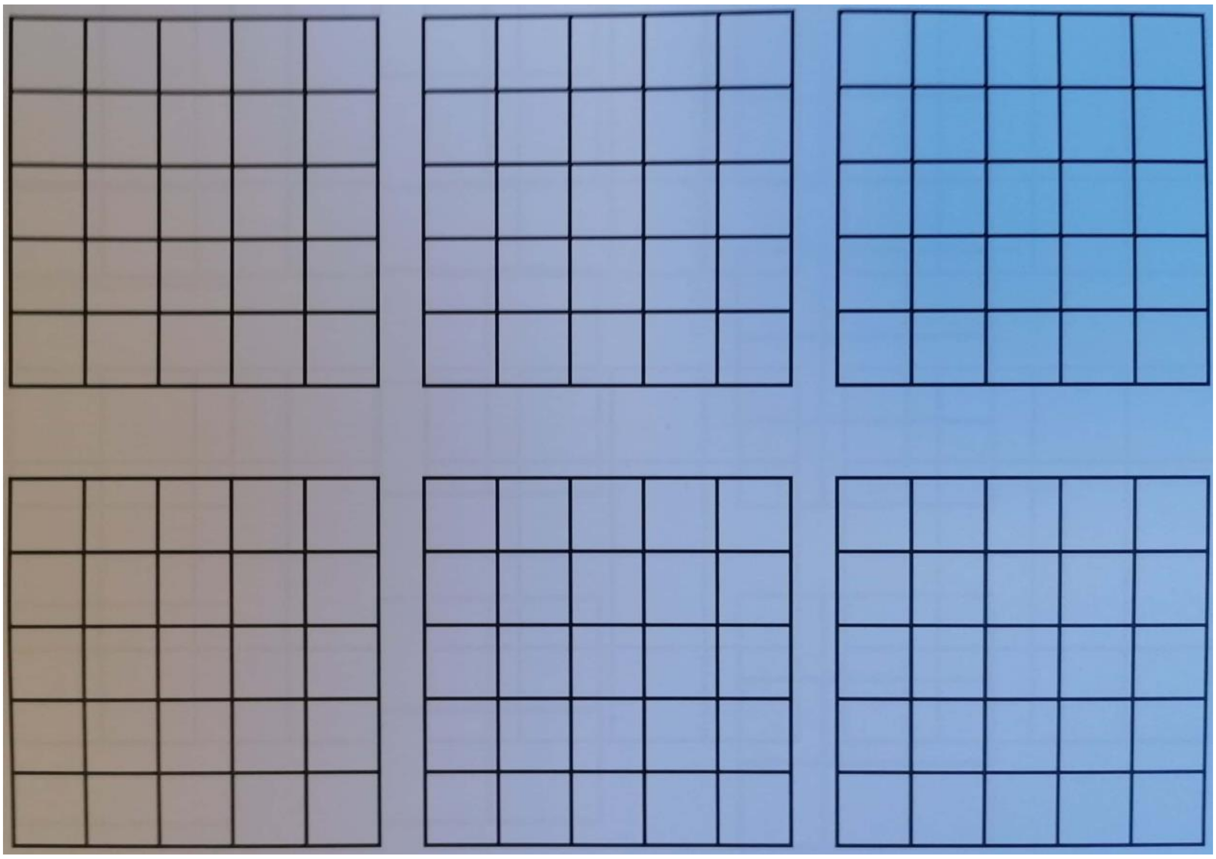
Wie zum Beispiel …



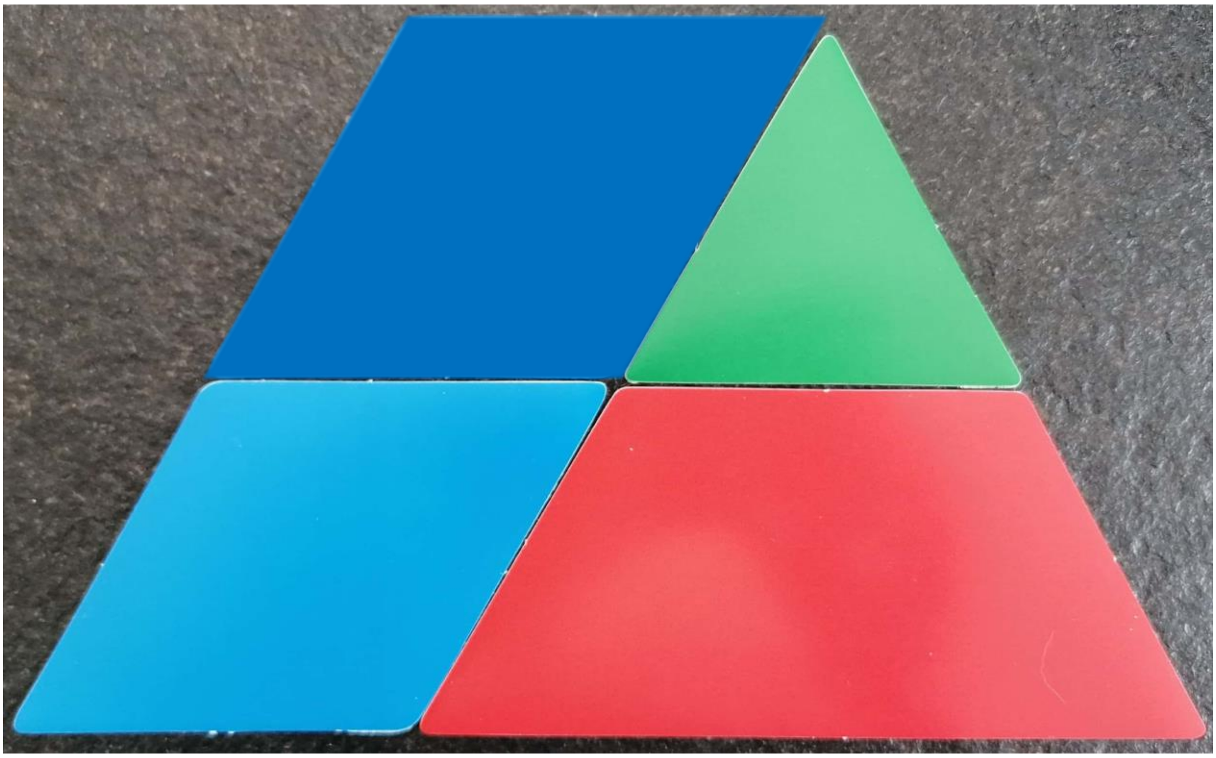
Oder wie zum Beispiel …



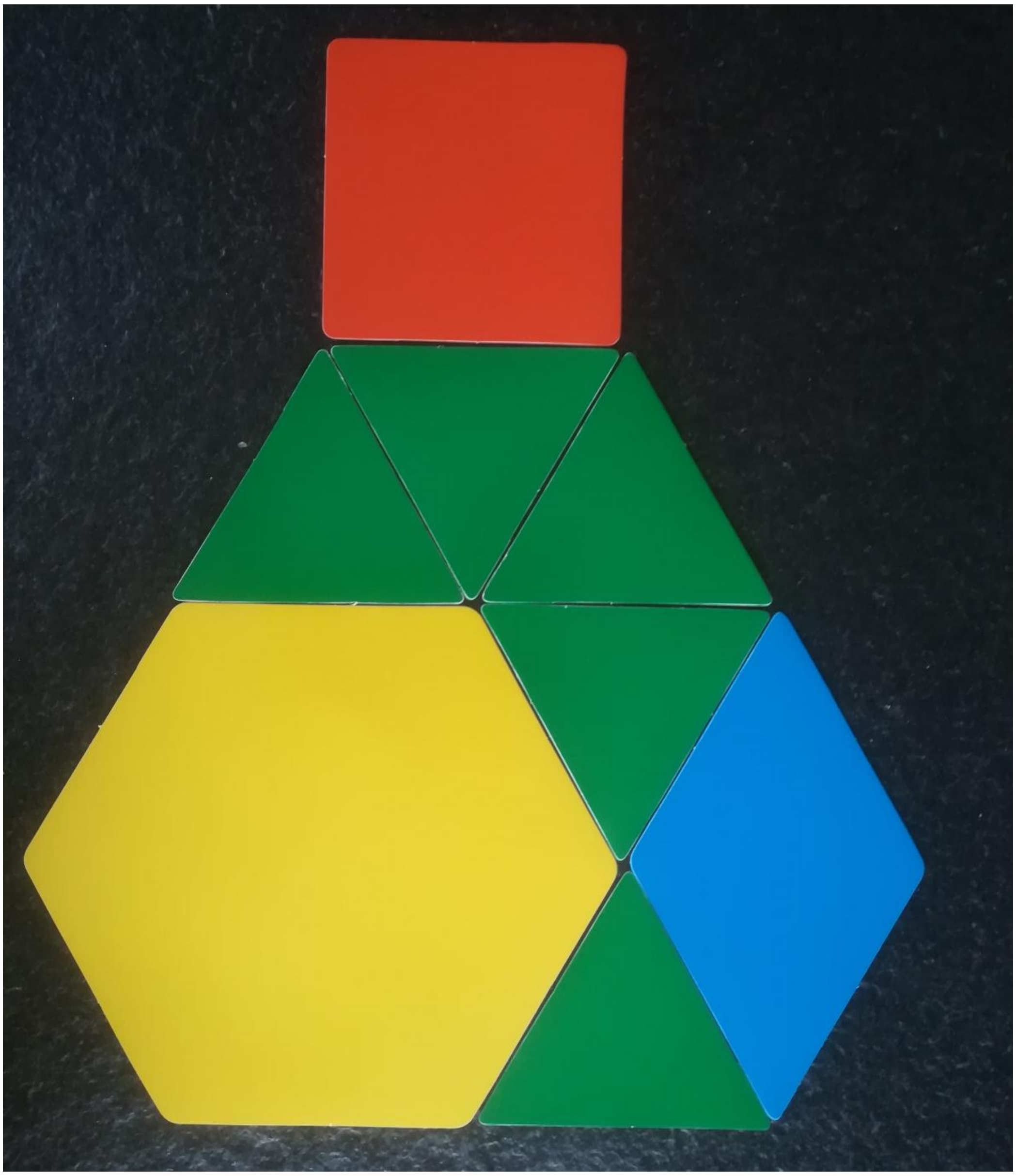
Oder wie zum Beispiel …



Oder wie zum Beispiel …



Wir wollen uns im Thema vertiefen und spielerisch nachdenken über …



Können wir hier ein Drittel entdecken?

Im Unterricht sind hier Rückmeldungen von der gesamten Klasse mit Hilfe von „Mini-Whiteboards“ einfach umzusetzen.

Nebenbemerkung zu den quadratischen Mini-Whiteboards (ca. 13 cm Kantenlänge)

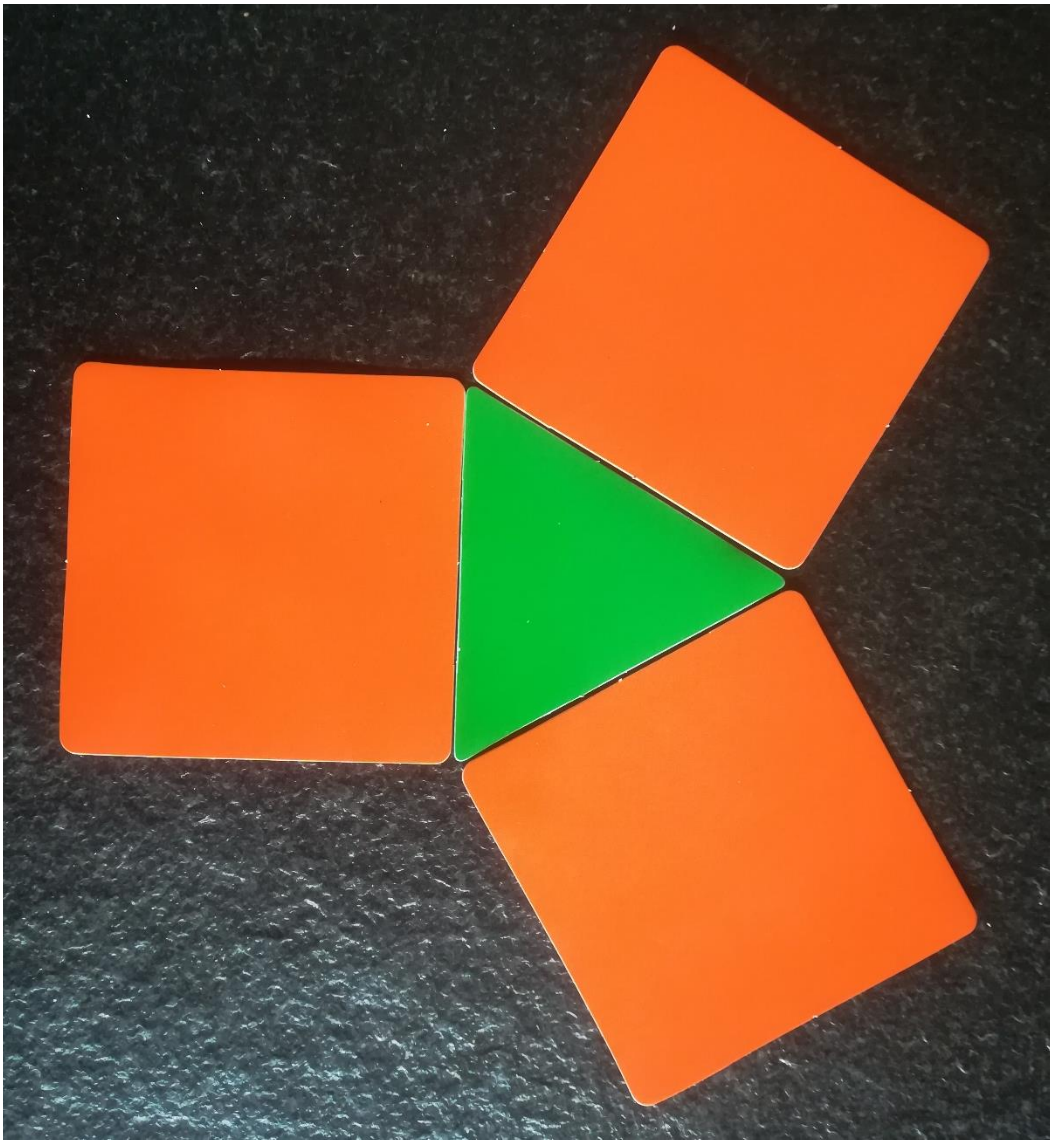
Mini-Whiteboard:

- magnethaftend, handliche Größe
- mit Whiteboardstiften beschreibbar
- ideal für Unterricht im Freien

Für einen aktiven Unterricht
Die **magnethaftenden (an der Oberfläche)** und mit Whiteboardstiften **beschreibbaren** Tafeln dieser **Tafel-Sets** animieren zur Mitarbeit und können schnell bei jedem Unterrichtsthema eingesetzt werden. Stellen Sie Ihren Schüler/innen Fragen oder kleine Aufgaben. Die Ergebnisse können durch Hochhalten der Tafeln gezeigt werden.

Für Stationenlernen im Freien gut geeignet
Erweitern Sie den Anwendungsbereich der Whiteboards durch verschiedene Magnete (nicht enthalten). So entstehen ganz einfach neue Spielideen für die **Freiarbeit.** In Verbindung mit unseren Lochkegeln sind die Mini-Whiteboards sehr gut fürs **Stationenlernen** geeignet, zum Beispiel für Sportinseln und Bewegungsstationen im Freien. Machen Sie mit Ihrer Klasse ein **Naturquiz** im Park, auf der Wiese, im Zoo oder im Wald und lassen Ihre Schüler mit den etwas größeren und dennoch handlichen Tafeln antworten.

Schauen wir uns zur Sicherheit noch ein Beispiel an …



Können wir hier ein Siebtel entdecken?

Nun ja …

Wie würden wir also das Thema Bruchzahlen (und hier in deutlicher Anlehnung an das Thema Maße und Größen) in der Volksschule einführen?

Erinnerung: Wir haben bis jetzt den Ansatz aus dem Schulbuch gesehen und die Vorschläge von Jo Boaler.

Gut denkbar wäre …

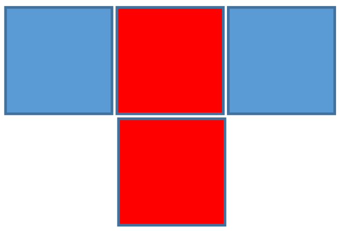
- Bereits in der zweiten Klasse spielerisch den „Wortspeicher" zum Thema „**faires Teilen**" auffüllen. (zum Beispiel mit dem Müsliriegel-Sessel-Spiel)

- Anschließend (also teilweise noch in der zweiten Klasse) das Thema intensiver angehen …
  zum Beispiel beim Einüben der **Malreihen** …
  (Erläuterung hierzu weiter unten im Skriptum)

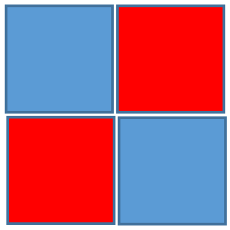
- **Die Hälfte** …
  einem **Kartenset** (die einzelnen Karten sind idealerweise quadratisch). Faires Austeilen. Zwei Spieler – jede(r) bekommt die Hälfte aller Karten.
  Nun kann die Hälfte aller Spielkarten farblich – rot – ausgemalt werden.
- **Auslegen der Karten** …
  als Vorbereitung für das Abdecken von Flächen – im Zusammenhang mit dem Flächenmaß.

„Hier ist die Hälfte aller Karten rot!“

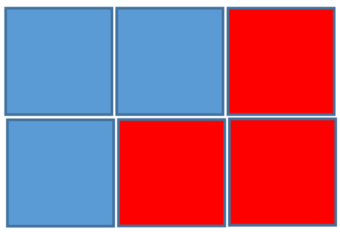
„Hier ist die Hälfte der ausgelegten Fläche rot!“



$$\frac{1}{2}$$



$$\frac{1}{2}$$



$$\frac{1}{2}$$

Entscheidender Denkprozess: „**Aha**, nicht nur zwei (von insgesamt vier Karten) können ein Halb sein – auch drei Karten (von insgesamt sechs Karten) können ein Halb sein!“

Sprechweise: „Eine“ (1) …. „Hälfte“ $\overline{}$ 2

Strich über der Zahl bedeutet: „Achtung, wir teilen!“ – im konkreten Fall auf zwei gleich große Mengen (an Karten).

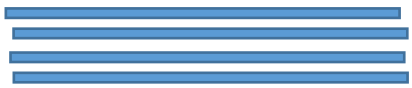
Schreibweise:

$$\frac{1}{2}$$

Anmerkung: Auch falsche Sprechweisen thematisieren (ein zwei, ein Zweitel)

Umkehrung der Aufgabe:

(Hier mit einem Kartenstapel)



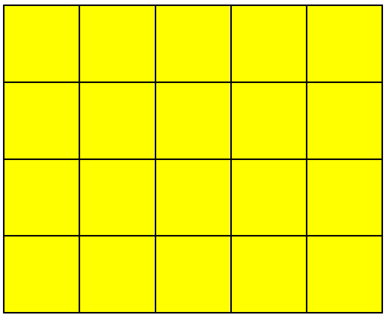
Vier Karten **sind ein Halb** $(\frac{1}{2})$ von insgesamt ______ Karten.

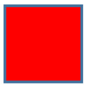
Sechs Karten **sind ein Halb** $(\frac{1}{2})$ von insgesamt ______ Karten.

Weitere Vertiefung des Flächenkonzeptes:

(Hier wiederum in Verbindung mit der Sprech- und Schreibweise für **ein Halb**)

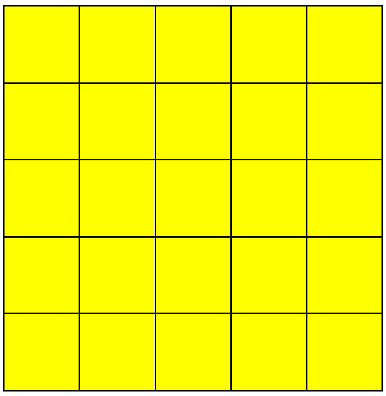
Gegeben ist eine rechteckige Fläche (hier ein gelbes Blatt Papier). Die beiden Seitenlängen des Rechtecks sind ein Vielfaches der Seitenlänge eines gegebenen „Grundquadrats“ (Einheitsfläche).





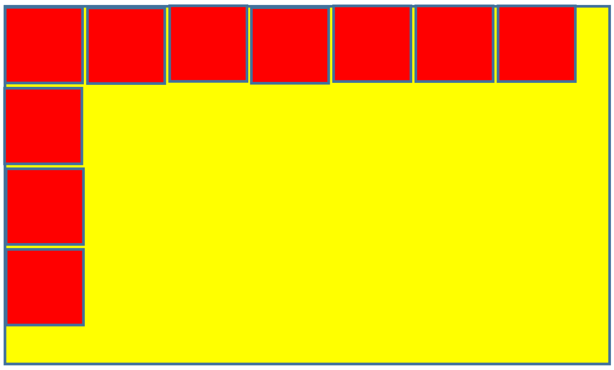
Nun soll diese Fläche mit Einheitsquadraten (hier rot) bedeckt werden, so dass die Hälfte der gesamten Rechtecksfläche letztendlich in roter Farbe erscheint. Wie viele Einheitsquadrate benötige ich hierzu? Wie groß ist die gesamte gelbe Rechtecksfläche – gemessen in Einheitsquadraten?

Schon eine harmlose Veränderung (gelbes Rechteck **5 x 5 statt 5 x 4** Feld) kann zu ernsthaften und interessanten Auseinandersetzungen mit dem Thema führen (insbesondere: **gerade Zahlen – ungerade Zahlen**).



Folgende Erweiterungen diese Aufgabentypus sind gut denkbar …

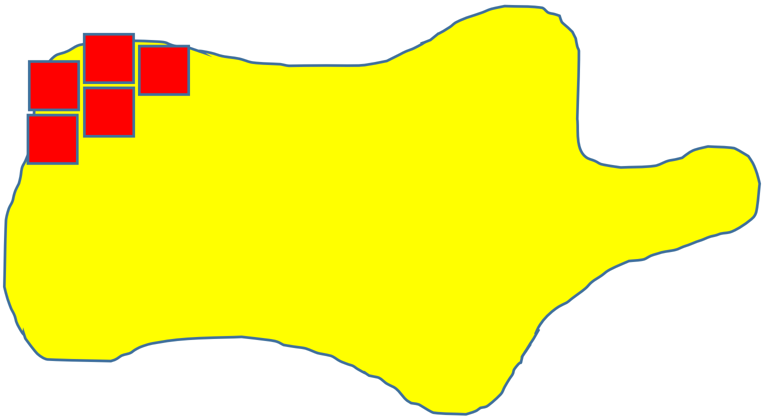
Die gegebene gelbe Rechtecksfläche besitzt Seitenlängen, die **keine Vielfachen** der Seitenlänge des Grundquadrats sind.

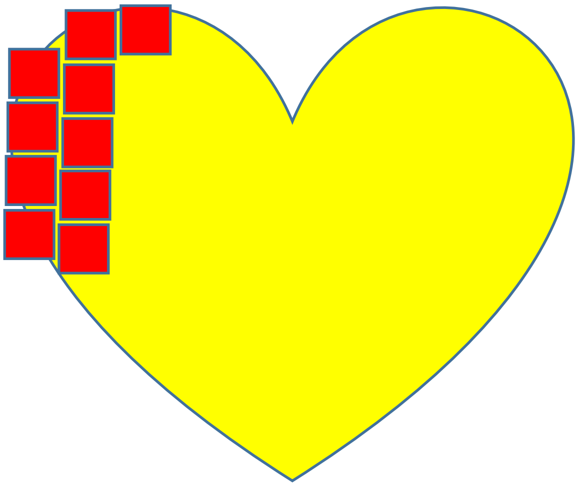


Wie können wir nun eine sinnvolle Größenbestimmung der gelben Rechtecksfläche durchführen?

➔ Mehrere Möglichkeiten:
  - Für die restliche, noch unbedeckte gelbe Fläche eine **kleinere Maßeinheit** (= ein kleineres Grundquadrat) wählen
  - Flächenrelationen bilden, also Aussagen wie „die gelbe Fläche ist **größer als** …" und ebenso „die gelbe Fläche ist **kleiner als** …"

Weiter mit der Überdeckung von unregelmäßigen Flächen …





2. Klasse:

1. Klasse:

Wortspeicher füllen (im Zahlenraum bis 20):

„Das Doppelte von“ **4**

(über die Addition erreichbar: 4 + 4 = 8)

„Die Hälfte von“ **10**

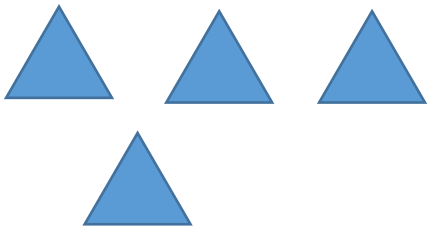
(über Subtraktion erreichbar: 10 – 5 = 5)

Anmerkungen hierzu: Halbiert werden in der ersten Klasse lediglich gerade Zahlen. Die Halbierungsaufgaben setzen voraus, dass die Verdoppelungszahlen (im Zahlenraum bis 20) automatisiert worden sind. „Welche Zahl muss ich verdoppeln, so dass das Ergebnis 10 lautet?“

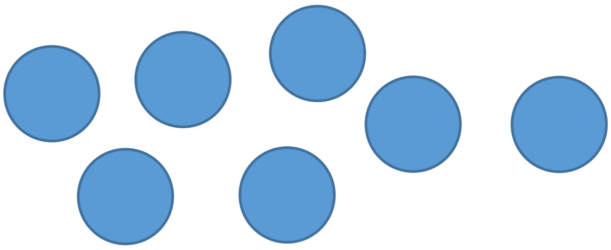
Verdoppelungs- und Halbierungsaufforderungen für Objekte:

Hier exemplarisch:

„Verdopple die Anzahl der Dreiecke!“ (Pizzaschnitten)



„Halbiere die Anzahl der Kreise!“ (Kekse)

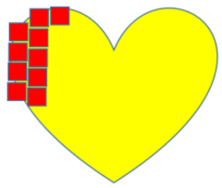


Variation für Fortgeschrittene SchülerInnen:

Hier nur exemplarisch:

„Verdopple die Anzahl der Zacken für diese beiden Sterne:“

<u>2. Klasse:</u> Einführung in den Flächenbegriff (durch einfaches Abzählen der „Einheitsquadrate“, welche man zum Überdecken der Fläche benötigt):



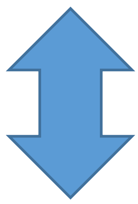
Durch das Auslegen von Flächen mit einzelnen, quadratischen Karten wird der **Übergang von** …

einzelnen Objekten (als eine diskrete Menge, abgesichert durch das Abzählen einer bestimmten Anzahl von Objekten) inklusive dem Begriff „ein Halb von einer bestimmten Anzahl“

hin zu …

einem kontinuierlichen Flächenmaß (Flächenbegriff) sichergestellt und mental zusammengeschweißt (die Hälfte einer Fläche).

Die Hälfte einer Menge von Objekten (Spielkarten)



Die Hälfte der (gelben) Rechtecksfläche

- ❖ Die Hälfte …
- ❖ Auslegen der Karten …
- ❖ **Verknüpfung zu den Malreihen …**

und zu einer neuen Sprechweise …

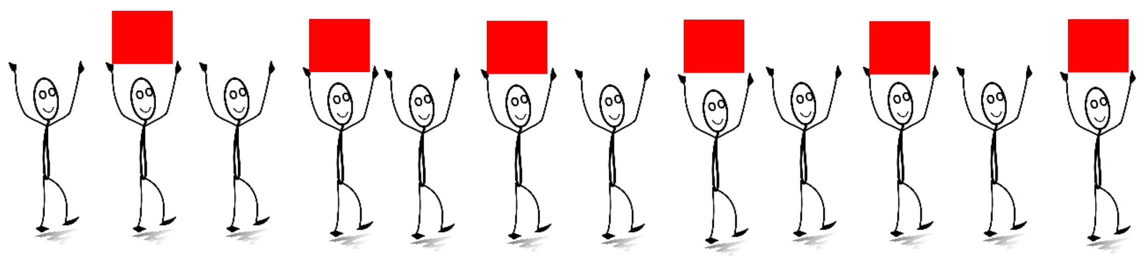
und zu weiteren Stammbrüchen.

„Jeder Zweite …“

„Jede Dritte …“

Am Beispiel erläutert …

„Jedes zweite Kind bekommt eine Karte!“

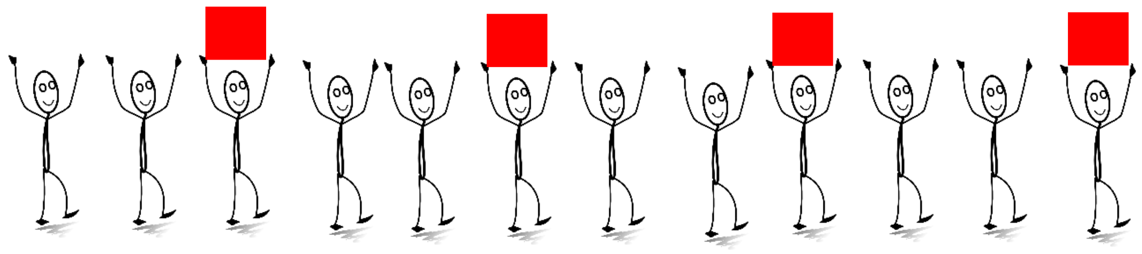


Hier in der Zeichnung mit 12 ´Kindern (und somit sechs roten Karten).

Dann mit 20 Kindern (Verknüpfung zur **2-er Malreihe**), weiter mit 40 Kindern …

Am Beispiel erläutert …

„Jedes dritte Kind bekommt eine Karte!“



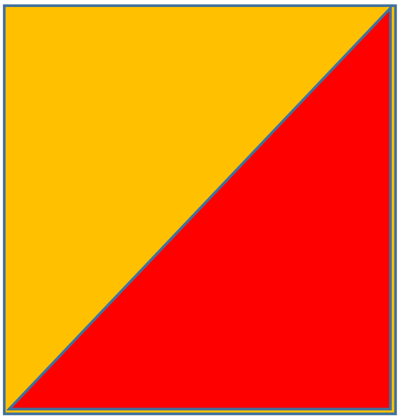
Hier in der Zeichnung mit 12 ´Kindern (und somit vier roten Karten).

Dann mit 30 Kindern (Verknüpfung zur **3-er Malreihe**), weiter mit 45 Kindern …

- ❖ Die Hälfte …
- ❖ Auslegen der Karten …
- ❖ Verknüpfung zu den Malreihen | neuen Sprechweisen …
- ❖ **Weiter mit anderen (geometrischen) Formen …**

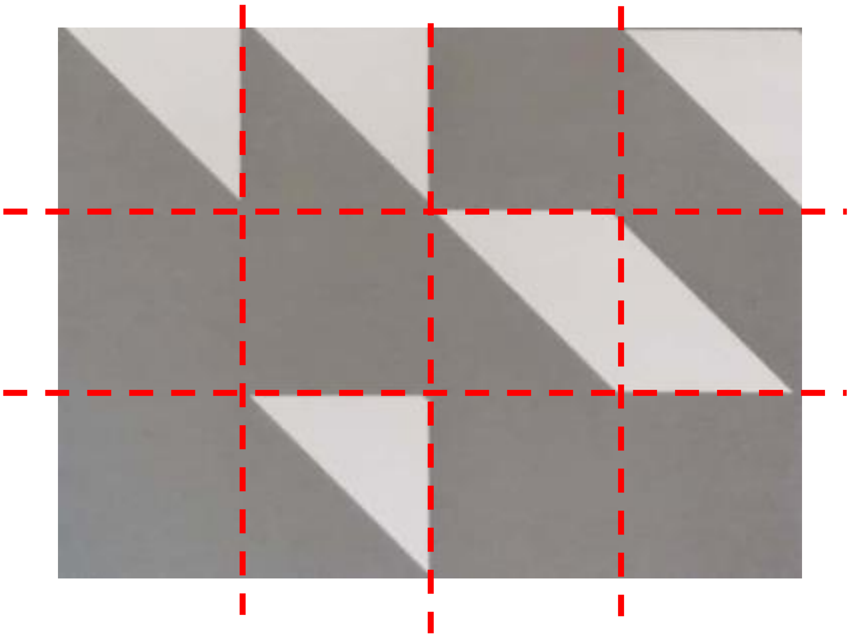
Auslegen von Flächen mit Dreiecken (statt mit Quadraten)

Es bietet sich an, dass man zunächst das **rechtwinklige, gleichschenklige Dreieck** als „Grundeinheit" zum Überdecken von Flächen auswählt. Immerhin kann man somit eine weitere Verknüpfung zum bereits bekannten Quadrat herstellen: Ein solches Dreieck bedeckt **die Hälfte** des entsprechenden Quadrates.



Siehe auch das Arbeitsmaterial von Jo Boaler … ()

Und hier mit eingefügten roten Hilfslinien



AUSBLICK:

- ❖ Die Hälfte …
- ❖ Auslegen der Karten (= Flächenmaß)…
- ❖ Verknüpfung zu den Malreihen …
- ❖ Weiter mit anderen (geometrischen) Formen …
- ❖ **Längenmaß**

Vom Flächenmaß nun weiter zum Längenmaß …

Grundidee: Statt dem anteilsmäßigen Ausmalen mit roter Farbe oder dem Überdecken mit roten Karten (Einheitsquadraten) werden wir nun verschiedene Rechtecke …

… blau umzäunen.

Aber zuvor noch einmal eine Rückblende und die Erarbeitung der **Stammbrüche …**

Nun heißt es: stick to one thing

- an einer Sache dranbleiben

Sparsamkeit im Umgang mit den Materialien

Anmerkung am Rande: auch im Zusammenhang mit der „Ausdekorierung des Klassenzimmers“

Manchmal ist weniger mehr …

Erickson, L. (2017), September). Visual „noise“, distractibility, and classroom design. *The Learning Scientists Blog*. Retrieved from www.learningscientists.org/blog/2017/9/20-1

Oder auch hier:

Fisher, A. V., Godwin, K. E., & Seltman, H. (2014). Visual environment, attention allocation, and learning in young children: When too much of a good thing may be bad. *Pychological Science*, 25, 1362-1370.

Fünfte Aktivität:

Stammbrüche würfeln

1. **Die Aktivität vom Stapel laufen lassen:**

   Die **Abbildung A5_Cover_up_detail** wird an die Wandtafel projiziert und besprochen:

   „Wo findest du hier $\frac{1}{6}$?“

   Genügend Zeit lassen! Partnerdiskussionen.

   „Woher weißt du, dass dies $\frac{1}{6}$ von der umrandeten Fläche ist?“

   „$\frac{1}{6}$ von was?“

   Nun werden weitere Stammbrüche per Zufall mit einem Würfel ermittelt (Würfel zeigt 3 → wir suchen den Stammbruch $\frac{1}{3}$) und in der Abbildung gesucht. Die gemeinsame Aufgabe hierbei ist es, einen möglichst großen Teil der gesamten Abbildung durch die Markierung von Stammbrüchen zu überdecken.

   Die Spielregeln werden fixiert (siehe Erläuterung oben).

2. **Selbstständige Arbeitszeit für die Schülerinnen und Schüler vorsehen:**

   Pro Partnerarbeit gibt es zwei „Spielpläne“: (**Abbildung A5_Cover_up_detail, Abbildung A5_Cover_up_Game**).

   Ziel des Spieles ist es, einen möglichst großen Teilbereich des Spielplans mit Markierungen zu den Stammbrüchen abzudecken. Das Spiel ist zu Ende, sobald niemand mehr eine freie Fläche entdecken kann, um den gewürfelten Stammbruch einzuzeichnen. Die Herausforderung kann durch die Auswahl des Spielplans angepasst werden.

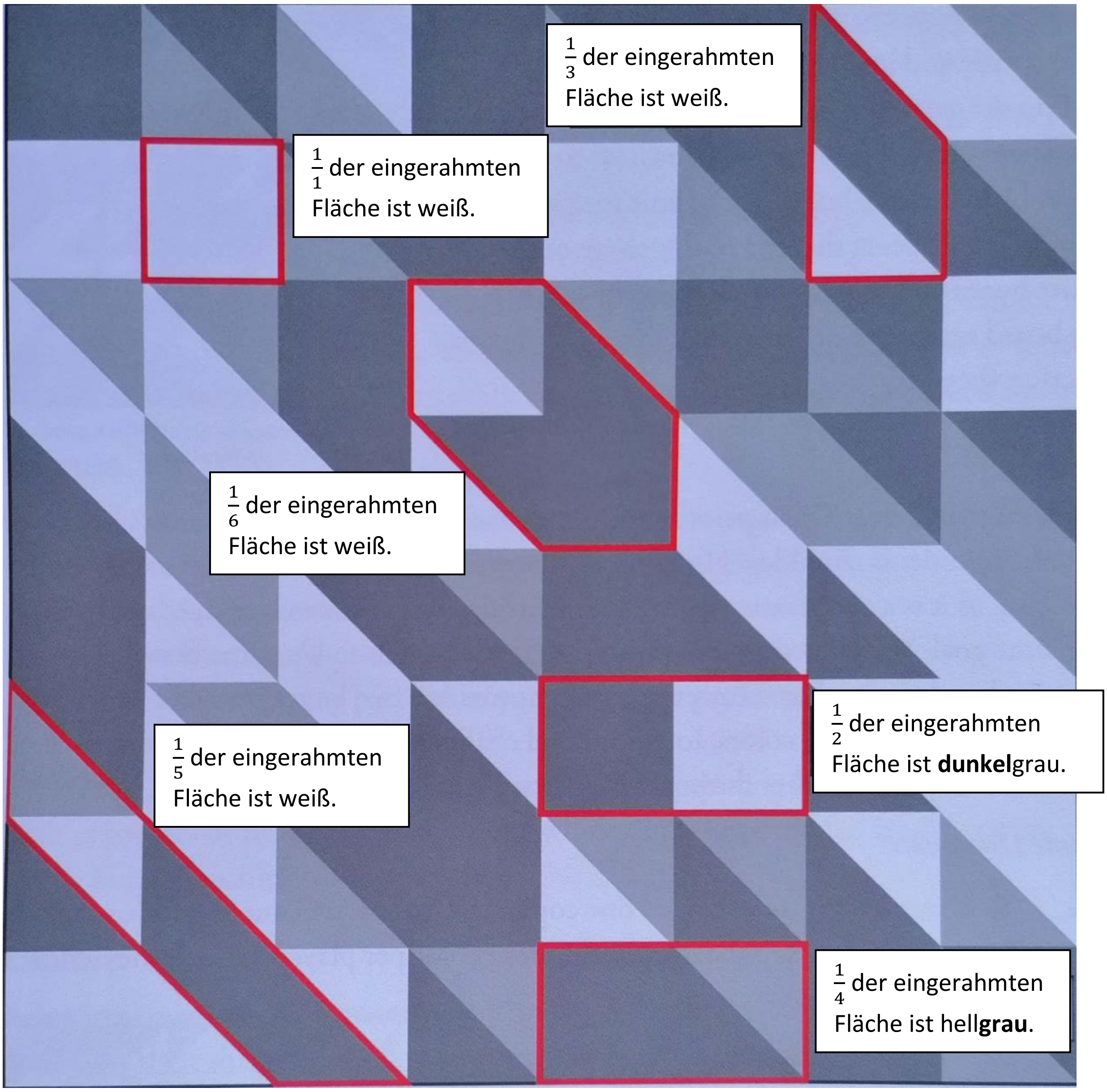
   „Spaziergang“ durch die Klasse, um Spielstrategien mit den Kindern zu diskutieren.

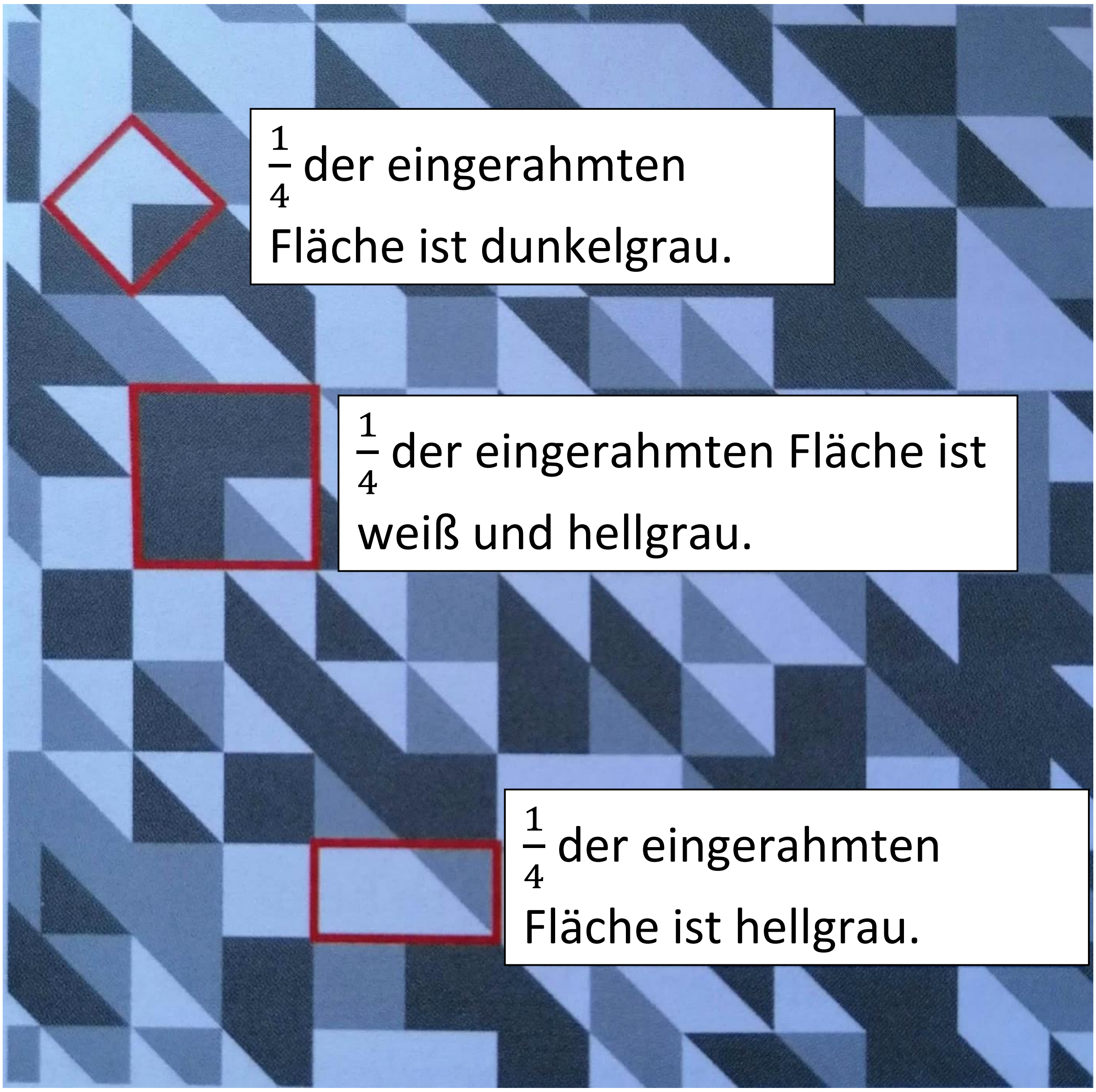
3. **Ausbaustufe „Herausforderung“:**

   Gemeinsame „Klassendiskussion“ der idealen Spielstrategie.

Beispiel: (Erinnerung: die eingerahmten Flächen müssen nicht rechteckig sein und die Teilflächen innerhalb der Markierung müssen nicht zusammenhängen)

Der Nenner des Stammbruchs ist durch die gewürfelte Augenzahl bestimmt.


$\frac{1}{3}$ der eingerahmten Fläche ist weiß.
$\frac{1}{1}$ der eingerahmten Fläche ist weiß.
$\frac{1}{6}$ der eingerahmten Fläche ist weiß.
$\frac{1}{2}$ der eingerahmten Fläche ist **dunkel**grau.
$\frac{1}{5}$ der eingerahmten Fläche ist weiß.
$\frac{1}{4}$ der eingerahmten Fläche ist hell**grau**.


$\frac{1}{4}$ der eingerahmten Fläche ist dunkelgrau.
$\frac{1}{4}$ der eingerahmten Fläche ist weiß und hellgrau.
$\frac{1}{4}$ der eingerahmten Fläche ist hellgrau.

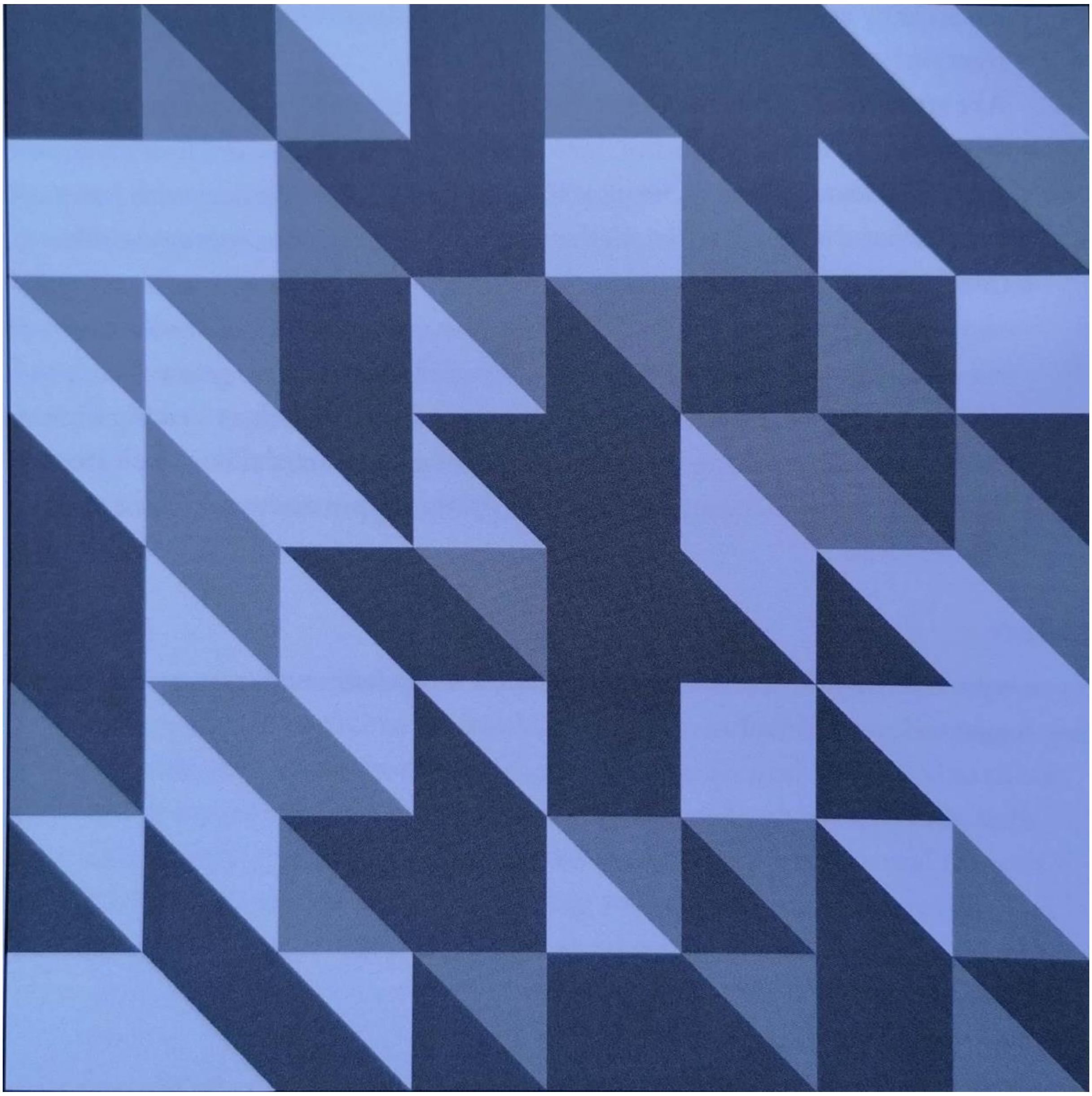


Abbildung A5_Cover_up_detail

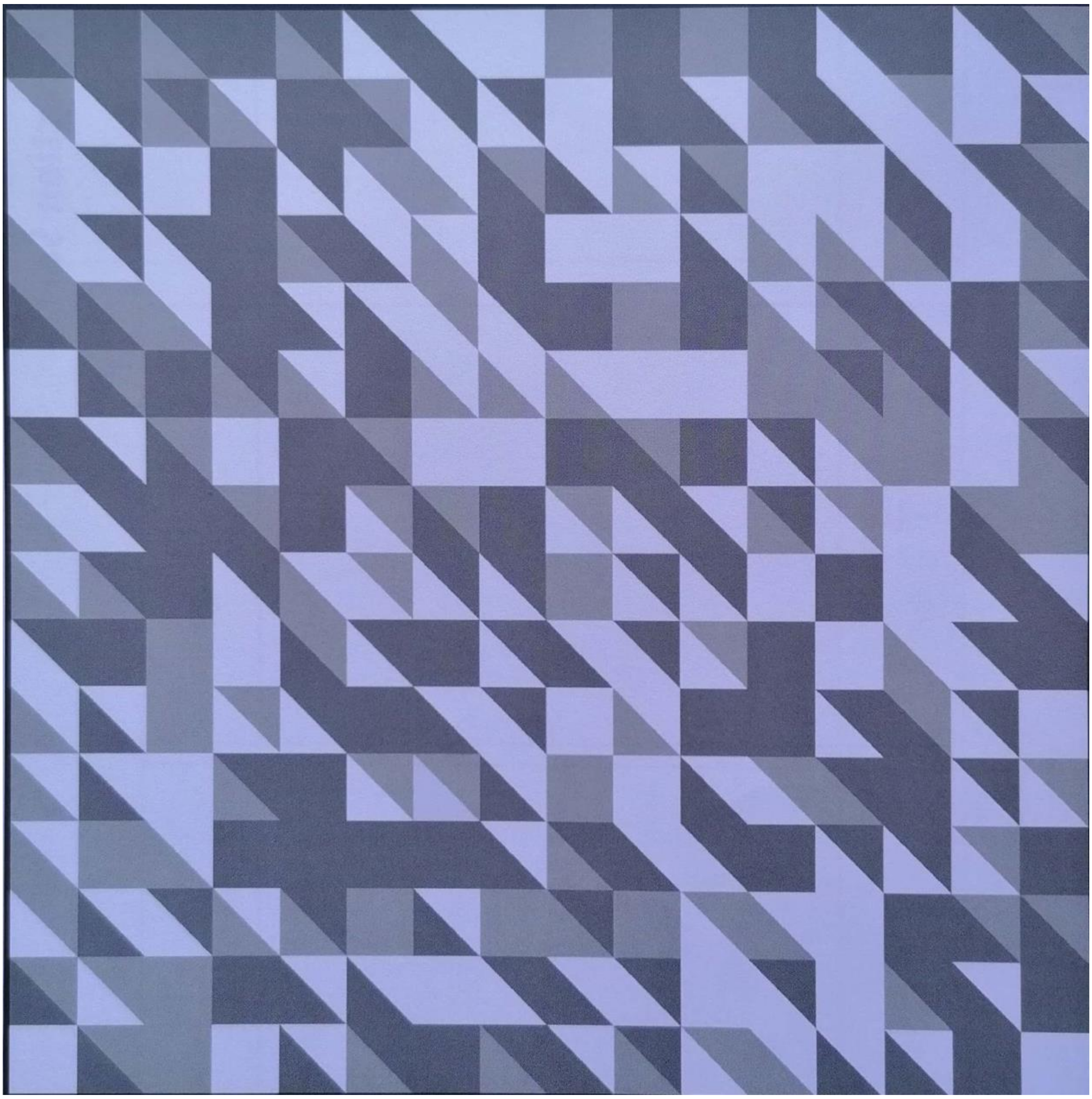


Abbildung A5_Cover_up_Game

*ARBEITSAUFTRAG **(LIVE)**: / Partnerarbeit: Würfeln Sie Stammbrüche. Zeichnen Sie die Stammbrüche möglichst kompakt in die obige Abbildung ein. Wie muss eine gute „Spielstrategie" lauten, damit ein Großteil des Arbeitsblattes mit Stammbrüchen ausgefüllt wird? Dokumentieren Sie nachvollziehbar den Spielverlauf.*
Online Würfel: www.wuerfel.jetzt

PRAXIS Tipp: Durch eine geeignete Folierung des Spielplans und Verwendung von abwischbaren Farbstiften kann der Spielplan öfters eingesetzt werden.

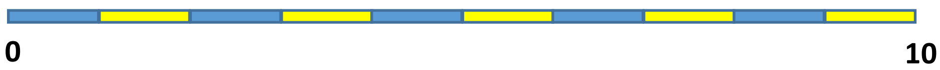
Am besten wird das Spiel im kooperativen Modus (die beiden Spielpartner arbeiten zusammen, um ein gemeinsames Ziel – die maximale Abdeckung des gesamten Spielplans – zu erreichen) durchgeführt. **Das Teilen einer guten Spielstrategie ist Teil dieses Spiels!**

Ein Bruchteil fehlt noch …

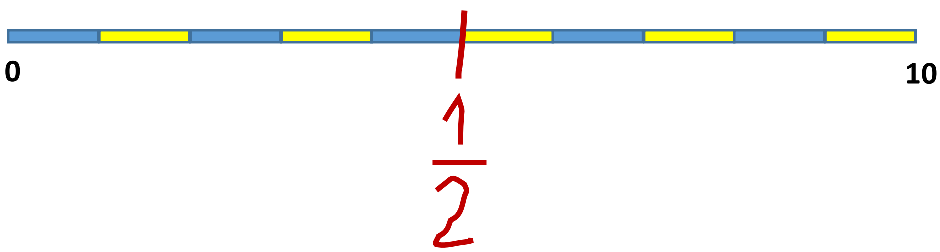
- ✓ ½ von einer farbig umrahmten Fläche
- ✓ ½ von einer Menge von Objekten (Smarties)

Sehen wir uns eine Schülerantwort zum Thema Bruchzahlen näher an:

Die Lehrperson zeigt der Klasse einen Stab mit Maßeinteilungen. Sie sagt den SchülerInnen, dass ein Ende des Messstabes die Zahl Null repräsentiert und das andere Ende die Zahl 10. Sie bittet dann ein Kind die ½ von der Zahl 1 auf diesem Messstab einzuzeichnen.



Das Kind löst die Aufgabe folgendermaßen:



Problem: Das Kind hat bereits verfügbare Lösungsstrategien auf die Zahlengerade umgelegt, ohne auf die Fragestellung zu achten (einen Stab halbieren VERSUS ½ auf einem Zahlenstrahl einzeichnen).

Sechste Aktivität:

Der Umfang geht in die Brüche

1. **Die Aktivität vom Stapel laufen lassen:**

   Frage an die Klasse: „Welche Rechtecke kannst du zeichnen, so dass der Umfang des Rechtecks **12** (Längen-) Einheiten ist?"

   Schülern und Schülerinnen Zeit geben, Vorschläge für alle sichtbar machen (z.B. mit Hilfe einer Dokumentenkamera), Seiten mit entsprechenden Zahlen beschriften lassen, Begründungen einfordern.

   Zu erwartende Lösungen: 1 x 5, 2 x 4 und 3 x 3 Rechteck (**Abbildung A6_U12**).

   Einleitung zur Partnerarbeit: „Nun wollen wir Rechtecke mit einem Umfang von **17** (Längen-) Einheiten finden!"

2. **Selbstständige Arbeitszeit für die Schülerinnen und Schüler vorsehen:**

   Partnerarbeit

   Frustrationen bei den Schülern und Schülerinnen abfedern: „Warum ist diese Aufgabe so hart zu lösen?" „Welche Rechtecke habt ihr gefunden, die nicht funktionieren?" „Wenn die ganzen Zahlen nicht funktionieren, gibt es da etwas, das wir sonst noch ausprobieren könnten?"

   „Spaziergang" durch die Klasse: „Welche Lösungen habt ihr gefunden?"

3. **Ausbaustufe „Herausforderung":**

   Gemeinsame „Klassendiskussion"

   „Glaubt ihr, dass wir alle Rechtecke mit einem Umfang von 17 Einheiten gefunden haben?"

   „Welchen anderen Umfang könnten wir für das Rechteck auswählen, sodass wir mit den ganzen Zahlen für die Seitenlängen nicht mehr unser Auslangen finden?"

   Kategorisierung der Rechtecke mit vorgegebenen Umfang: Rechtecke, die Bruchzahlen als Seitenlängen zwingend benötigen und Rechtecke, die dies nicht zwingend erfordern. (Tabellenüberschrift: Bei diesem Rechteck **muss** man Bruchzahlen für die Seitenlängen verwenden | Bei diesem Rechteck **kann** man - muss man aber nicht - Bruchzahlen für die Seitenlängen verwenden).

   Suche nach kreativen Lösungen (alle vier Seitenlängen des Rechtecks sind mit Bruchzahlen in Verbindung zu bringen → Bruchzahlen abseits von ½). „Können wir ein Quadrat mit einem Umfang von 17 Einheiten finden?"

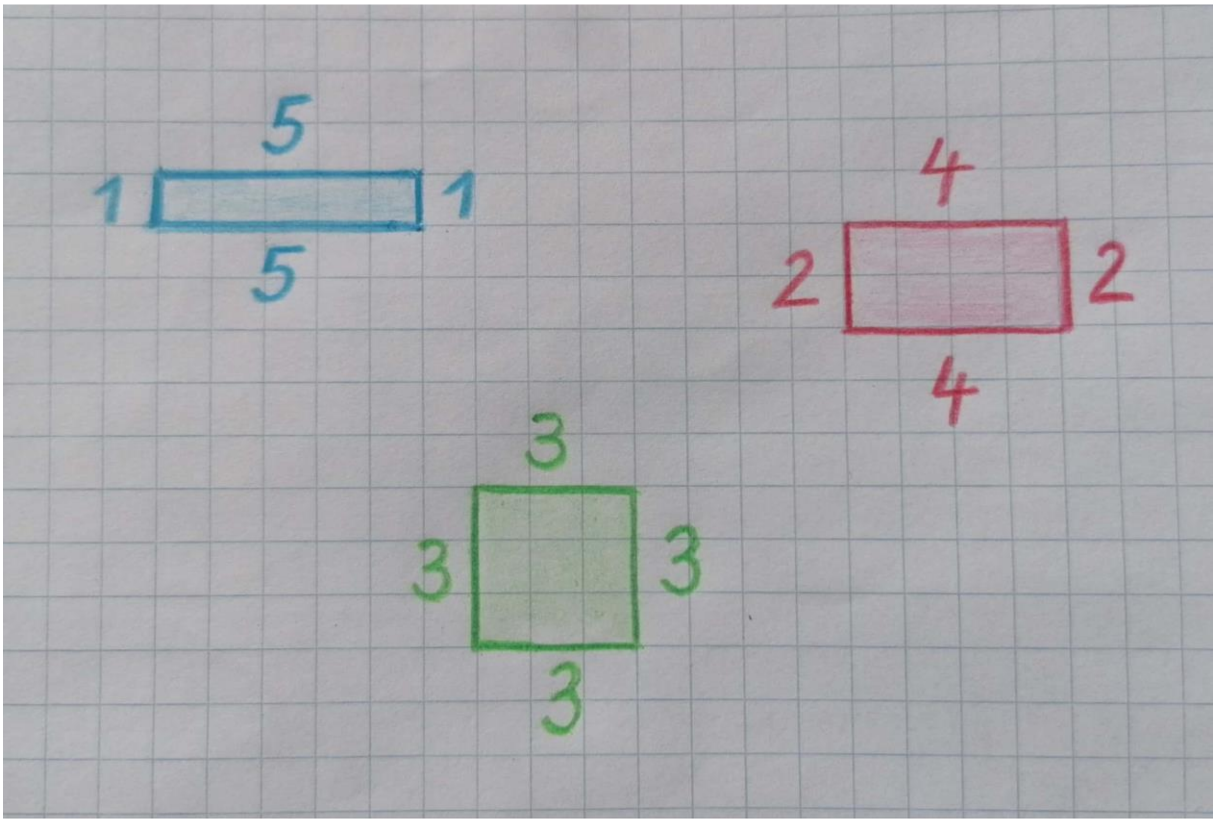


Abbildung A6_U12: Rechtecke mit Umfang 12 Einheiten

Überleitung zu unserem nächsten Thema: den Gleichungen:

Der Umfang aller gezeichneten Rechtecke (Abbildung A6_U12) ist gleich groß! Das rote Rechteck hat den gleichen Umfang wie das grüne Rechteck. Das grüne Rechteck hat den gleichen Umfang wie das blaue Rechteck. Das rote Rechteck hat den gleichen Umfang wie das blaue Rechteck.

Das rote Rechteck **hat den gleichen Umfang** wie das grüne Rechteck.

Umfang rotes Rechteck ist **gleich wie** Umfang grünes Rechteck.

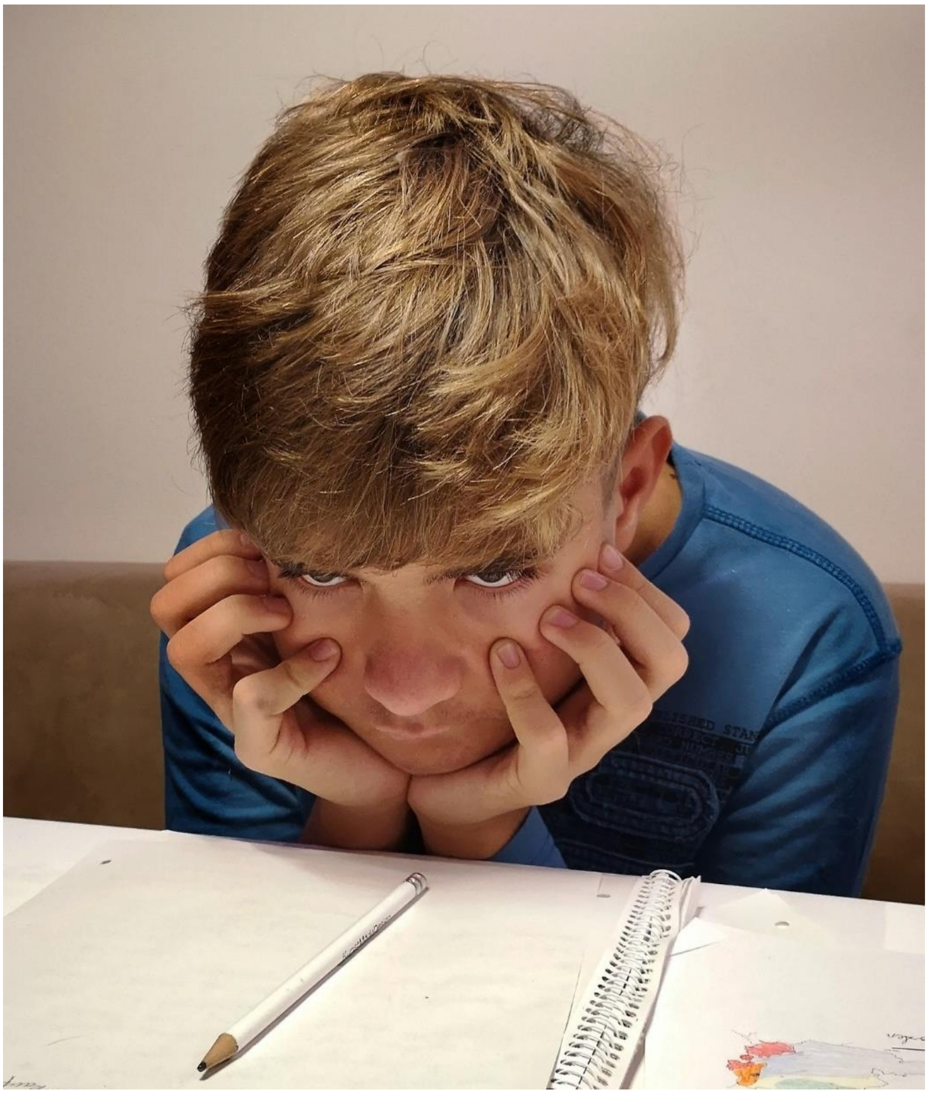
Umfang rotes Rechteck = Umfang grünes Rechteck.

$$2 + 4 + 2 + 4 = 3 + 3 + 3 + 3$$

$$2 + 2 + 4 + 4 = 3 \cdot 4$$

...

Auf der Suche nach Rechtecken, die einen Umfang von 17 Einheiten haben!

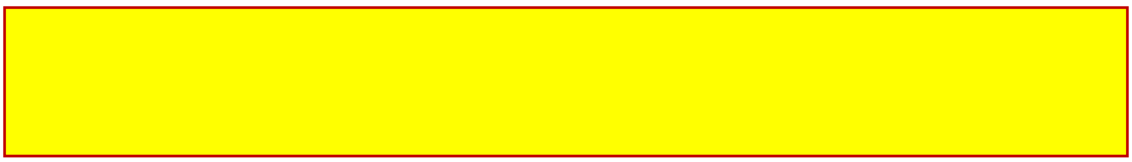


Eine Überdosis Zucker!

Oma: *Was habt ihr heute in der Schule gemacht?*

Schüler: *Die Mathelehrerin hat uns heute Schokoriegel ausgeteilt!*

Um die Ablenkung für die Kinder zu minimieren, könnte die Lehrperson auch einfache Papierstreifen zur Verfügung stellen.



Literaturhinweise:

Journal of Educational Psychology
2013, Vol. 105, No. 2, 380–400

0022-0663/13/$12.00 DOI: 10.1037/a0031084

A Meta-Analysis of the Efficacy of Teaching Mathematics With Concrete Manipulatives

Kira J. Carbonneau, Scott C. Marley, and James P. Selig
University of New Mexico

ELSEVIER

Learning and Instruction 19 (2009) 171–184

Learning and Instruction

www.elsevier.com/locate/learninstruc

Should you show me the money? Concrete objects both hurt and help performance on mathematics problems

Nicole M. McNeil [a,*], David H. Uttal [b], Linda Jarvin [c], Robert J. Sternberg [c]

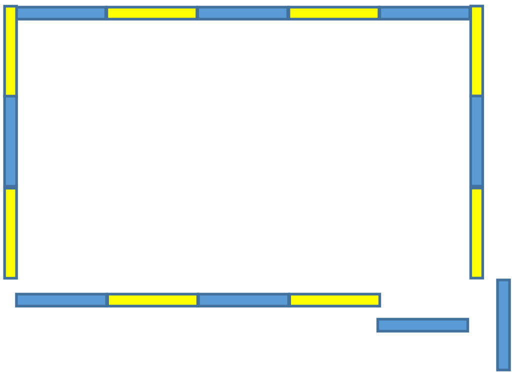
[a] Department of Psychology and Institute for Educational Initiatives, University of Notre Dame, 118 Haggar Hall, Notre Dame, IN 46556, USA
[b] Department of Psychology and School of Education and Social Policy, Northwestern University, 2020 Sheridan Road, Evanston, IL 60208, USA
[c] School of Arts and Sciences and PACE Center, Tufts University, 108 Bromfield Road, Somerville, MA 02144, USA

Received 30 May 2007; revised 29 February 2008; accepted 8 March 2008

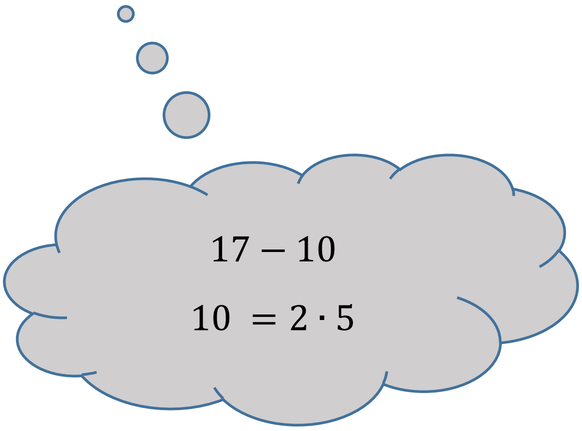
Geldbeträge kommen in der Primarstufe vor allem im Kontext der „Kommaschreibweise“ vor …

<u>4. Klasse:</u> Wie können wir die gefundenen Seitenlängen auf einem Zahlenstrahl einzeichnen?

Erinnerung: Finde ein Rechteck mit einem Umfang von 17 Längeneinheiten.

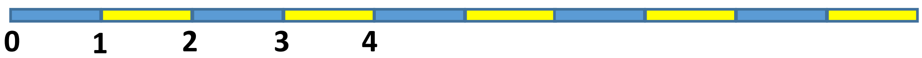


GEDANKE: (Beispiel)



7 aufgeteilt auf zwei (**3** und ***ein Halbes links und rechts***)

Nun am Zahlenstrahl



Siebte Aktivität:

Der Bruch und der Zahlenstrahl

1. **Die Aktivität vom Stapel laufen lassen:**

   Frage an die Klasse: „Welche Quadrate kannst du finden, so dass der Umfang eine ganze Zahl ist?“

   Schülern und Schülerinnen Zeit geben, Vorschläge für alle sichtbar machen (z.B. mit Hilfe einer Dokumentenkamera), Seiten mit entsprechenden Zahlen beschriften lassen, Begründungen einfordern.

   Zu erwartende Lösungen: 2 x 2, 3 x 3 oder 4 x 4 Quadrate (**Abbildung A7_Quad**). Also ganzzahliger Umfang = 8, 12 oder 16.

   Einleitung zur Partnerarbeit: „Können wir auch ein Quadrat mit einem ganzzahligen Umfang von **10** finden?“

   Einzeichnen der gefundenen Seitenlänge am Zahlenstrahl.

2. **Selbstständige Arbeitszeit für die Schülerinnen und Schüler vorsehen:**

   Partnerarbeit

   Frustrationen bei den Schülern und Schülerinnen abfedern: „Warum ist diese Aufgabe so hart zu lösen?“ „Wenn die ganzen Zahlen nicht funktionieren, gibt es da etwas, das wir sonst noch ausprobieren könnten?“

   „Spaziergang“ durch die Klasse: „Welche Lösungen habt ihr gefunden?“

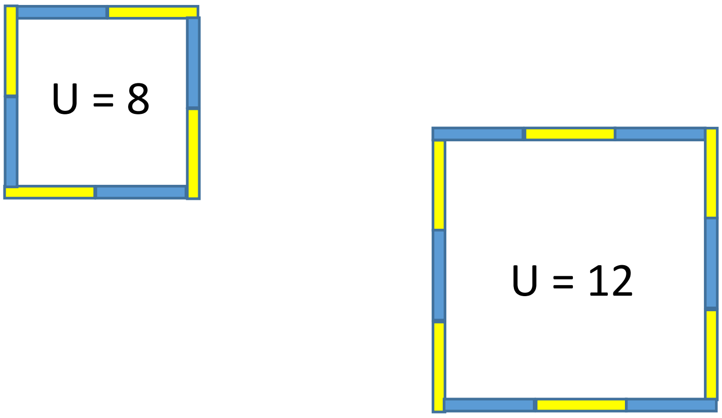
   Einzeichnen der gefundenen Seitenlänge am Zahlenstrahl.

3. **Ausbaustufe „Herausforderung“:**

   Gemeinsame „Klassendiskussion“

   „Können wir mit allen ganzzahligen Umfängen ein Quadrat bilden, also zum Beispiel mit 11, 13, 14, 15, …?“

   Die gefundenen Seitenlängen werden am Zahlenstrahl eingezeichnet.

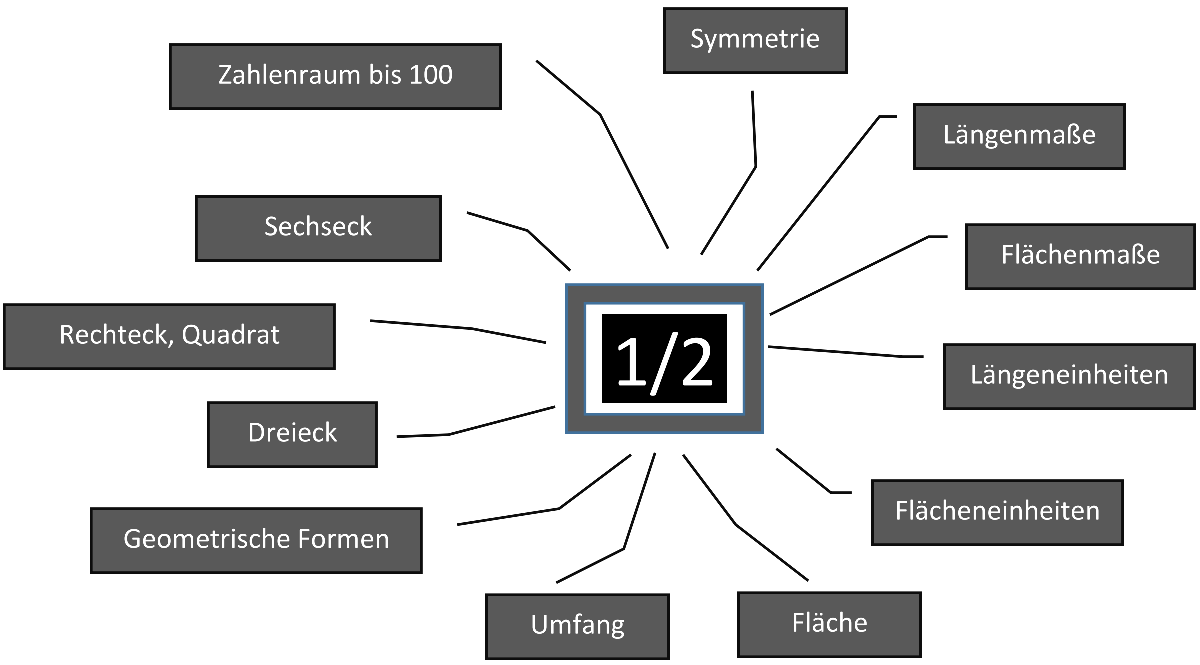


Aber: U = 10 **?**

Abbildung A7_Quad

Belastbare

Q – U – E – R – V – E – R – B – I – N – D – U – N – G – E – N

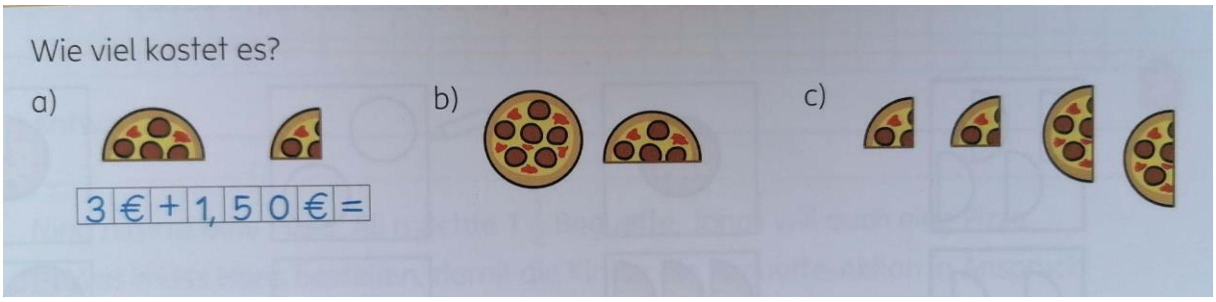


Der Bruch liegt im Koma

Wir wollen auf unser Schulbuch nicht ganz vergessen …

Eine Schulbuchaufgabe:

Lehrbuch „Größen“ auf Seite 23: („Wie viel kostet es?“)



*Diskussionsbeitrag **(LIVE)**: / Ausgangspunkt: Schulbuch (obige Abbildung):*

Das Bild legt eine Verknüpfung von 1,50 € mit der Viertelpizza nahe. Eine Lehrperson versucht mit der Klasse das Schulbuch richtig zu befüllen. Ein Schüler betrachtet offensichtlich verwirrt die Abbildung. Wenige Minuten später entzündet sich ein aufgeregter Disput mit seiner Banknachbarin Emma.
*Schließlich fragt der Schüler die Lehrperson: **„¼ ist doch 1,5 – oder nicht? Emma behauptet, dass ein Viertel 0,25 ist!“***
Können Sie die Verwirrung des Kindes auflösen?

Besser wäre, wir stiften diese Verwirrungen erst gar nicht. In der Volksschule tauchen die „Kommazahlen“ lediglich unter dem eingeschränkten Blickwinkel der Währungseinheit auf. Durch die **üblichen Sprechweisen** im Zusammenhang mit Währungseinheiten kommt es oftmals zu Verwirrnissen und ein strapazierfähiges Verständnis kann nicht aufgebaut werden.

Dies ist in mehrfacher Sichtweise bedenklich:

Die Kommazahlen sind kein neues Konzept (sie fußen auf den Bruchzahlen):

0,6 = 6/10 (dezimale „Packungseinheit“ 1/10).
83 = 8 „**Zehner**“ und 3 „**Einer**“
EBENSO: **27,3** = **2** „**Zehner**“, **7** „**Einer**“ und **3** **„Zehntel“**)

Unterrichtsbeobachtung im Bereich der Sekundarstufe: Die SchülerInnen vermeiden den Umgang mit Bruchschreibweisen und wandeln Brüche mit Hilfe ihres Taschenrechners (Handy) in Kommazahlen um. Dies benachteiligt SchülerInnen bei der Behandlung von einfachen Aufgabenstellungen aus dem Bereich der Algebra.

Dieses Problem wir an folgender Unterrichtssequenz deutlich:

****

Lehrperson: „***Was ist größer: 3,50 oder 3,8 ?“***

Schülerantwort: ***„Dreikommafünfzig ist größer!“***

****

Die nicht geäußerte Überlegung hierbei: 50 ist ja größer als 8 – im Sinne von:
50 Cent sind mehr als 8 Cent!

Meine Empfehlung:

Die Kommazahlen nicht auf Aufgaben zum Thema Währung (Euro und Cent) beschränken. Genauso gut kann man Vergleiche thematisieren, wie zum Beispiel: 5/10 ist kleiner als 8/10. In diesem Zusammenhang sollte dann die dezimale Schreibweise wiederholt und ergänzt werden:

512,7 = 5 Hunderter, 1 Zehner, 2 Einer und 7 Zehntel).

Gleichsetzung der Sprechweise 7 Zehntel mit der Schreibweise $\frac{7}{10}$

Wiederholung:

Seitenlängen im Quadrat mit fixiertem Umfang. Welche Bruchzahlen werden hier auftauchen?

Sicherung des Unterrichtsertrages

Um uns Klarheit über den Erfolg unserer Bemühungen zu verschaffen, brauchen wir:

1) gute **Fragen**
2) **Rückmeldungen** von der ganzen Klasse

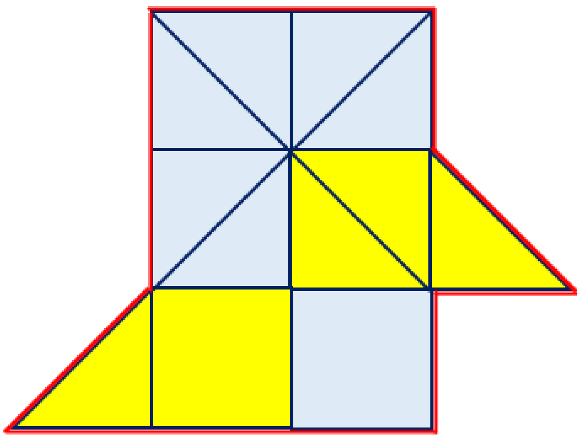
und

3) eine alltagstaugliche **Methode** für die Datenerfassung

zu 1) Aussagekräftige Fragen

Beispiel für den Volksschulbereich im Zusammenhang mit den Bruchzahlen:

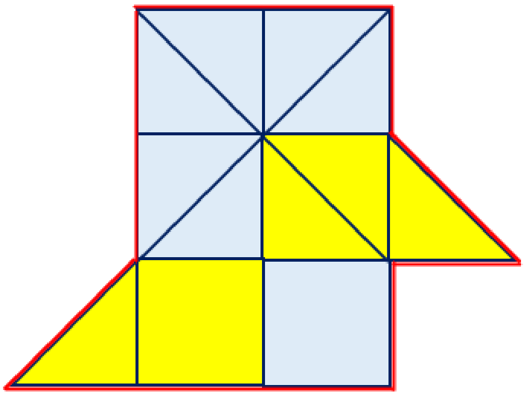
In der rot umrandeten Fläche wurde eine Bruchzahl versteckt.
Ist es $\frac{4}{7}$ *oder ist es* $\frac{6}{14}$ *? Oder sind beide Brüche in dieser Abbildung nicht zu entdecken? Begründen Sie Ihre Antwort!*



Rückmeldung von der gesamten Klasse …

FAST-FEEDBACK:

In der rot umrandeten Fläche findet man Bruchzahlen. Welche Bruchzahl kannst du finden?



A)	$\frac{4}{7}$ *und* $\frac{5}{7}$
B)	$\frac{6}{14}$
C)	$\frac{6}{14}$ *und* $\frac{4}{7}$
D)	$\frac{7}{12}$

Als Kontrast hierzu eine Fragestellung, die sich **nicht für die Volksschule eignet** (aber dennoch für Sie leicht zu beantworten ist). Für Fragestellungen, die sich primär mit dem Ausrechnen von Ergebnissen beschäftigen, ist in der Volksschule nicht genügend Zeit.

FAST-FEEDBACK:

Gegeben sind zwei Bruchzahlen. Die erste Bruchzahl ist 4/3 und die zweite Bruchzahl ist 1/9. Das größte Ergebnis erhält man, wenn …

A) man die beiden Zahlen **addiert**
B) man die beiden Zahlen **multipliziert**
C) man die beiden Zahlen **dividiert**
(die größere Bruchzahl durch die kleinere Bruchzahl)
D) man die beiden Zahlen **subtrahiert**
(die kleinere Bruchzahl von der größeren Bruchzahl abzieht)

FAST-FEEDBACK:

Die Lehrperson stellt folgende Aufgabe:
„Ich suche eine Buchzahl, deren Nenner größer als acht ist. Auch muss die Bruchzahl größer als drei und kleiner als fünf sein. Wer kann mir eine solche Bruchzahl nennen?“

Drei Kinder melden sich zu Wort:

Peter: $\frac{62}{12}$

Martha: $\frac{19}{9}$

Emma: $\frac{301}{80}$

Was sagst du dazu?

A) Peter hat recht
B) Emma und Peter haben recht
C) Niemand hat recht
D) Emma hat recht

Anmerkung zum Thema Rückmeldungen:

Das Bild, welches sich Lehrpersonen über den Lernerfolg der gesamten Klasse zurechtlegen, wird manchmal durch eine Art „**Wunschdenken**“ geprägt. Die Kunst des Lehrens erfordert eine beständige Anpassung des Unterrichtsszenarios an den aktuellen Verständnislevel der Klasse – und dies ist in der Praxis ausnehmend schwierig zu erreichen.

Literaturhinweis:

Daisy Christodoulou: Making good progress? The future of assessment of learning. Oxford, 2016

Methode: Fast Feedback-Teaching (formatives Assessment)

Die Rückmeldung der **GESAMTEN** Klasse ist notwendig!

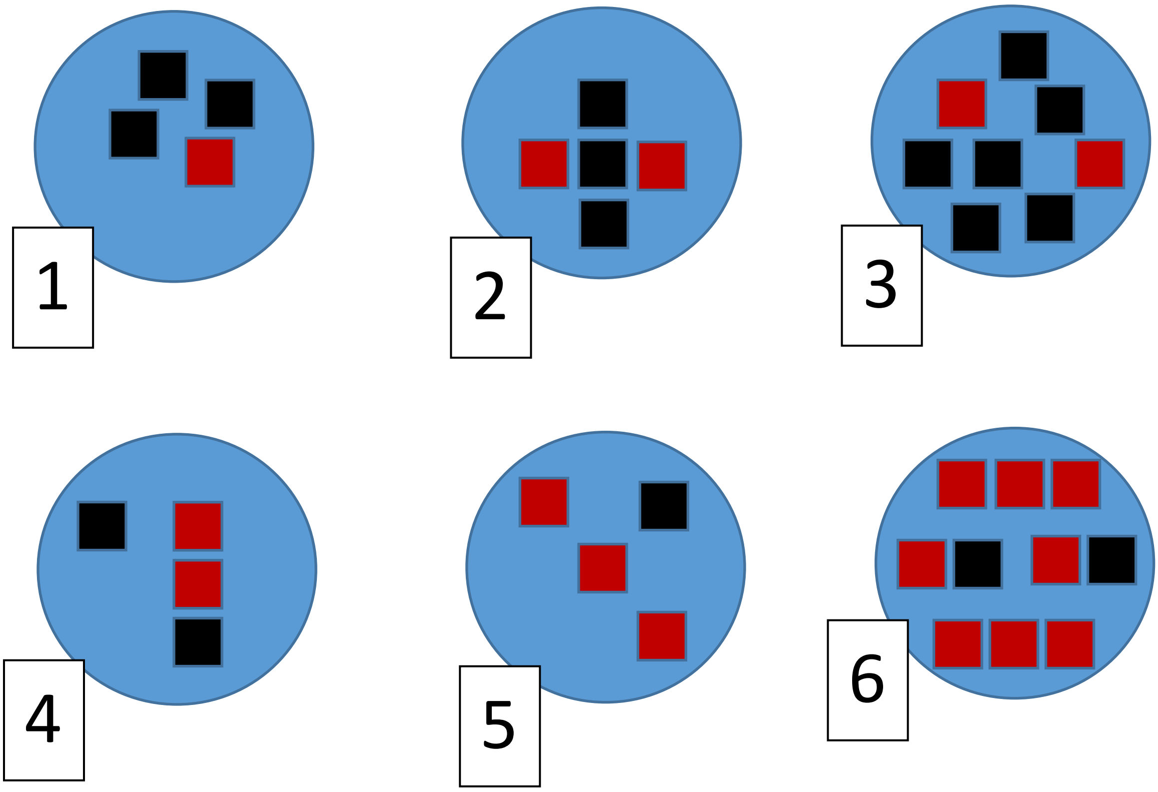
Plickers

https://get.plickers.com/

My pack-sharing:

www.plickers.com/albrecht/die-ersten-vier-Jahre-zählen-viel-...-957

Mögliche Plickers Aufgabe: **M-PRI-021**

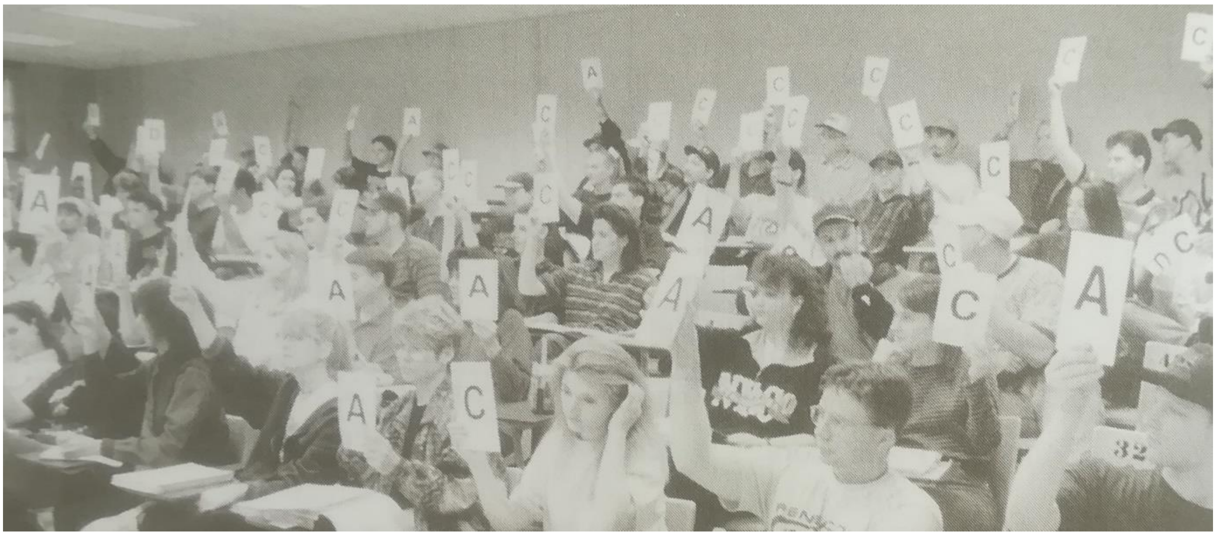


Auf welchem der sechs blauen Tische kannst du die Bruchzahl $\frac{1}{4}$ entdecken?

A) Auf den Tischen 1 und 2
B) Auf den Tischen 1 und 4
C) Auf den Tischen 1, 3 und 5
D) Auf den Tischen 1, 2 und 6

Technologiefreie Variante zu Plickers:

Feedback über Flashcards



Eric Mazur: Peer instruction

Je nach Verteilung der Antworten kann im Anschluss eine Banknachbar-Diskussion effizient und effektiv sein.

Ist das alles in der 4. Klasse zu schaffen?

NEIN! Nicht in der 4. Klasse – aber über vier Jahre hinweg

Ein Zeitplan für die Brüche:

1. **Klasse:** einfache Sprechweisen: „Ein halbes Stück …“, „die Hälfte von …“
2. **Klasse:** **Aktivität 1** und **Aktivität 2** in einfachster Weise
3. **Klasse:** **Aktivität 1**, **Aktivität 2** in herausfordernder Weise und **Aktivität 3** und **Aktivität 4** in einfachster Weise
4. **Klasse:** **Aktivität 3**, **Aktivität 4** in herausfordernder Weise und **Aktivität 5**, **Aktivität 6** und **Aktivität 7** in einfacher Weise (bzw. in herausfordernder Weise)

Noch eine

FAST-FEEDBACK Aufgabe:

Diesmal in Form einer Geschichte (erhöht die „wünschenswerte“ kognitive Last). Erzählt wird die Aufgabenstellung mit dem Würfel, welcher, …

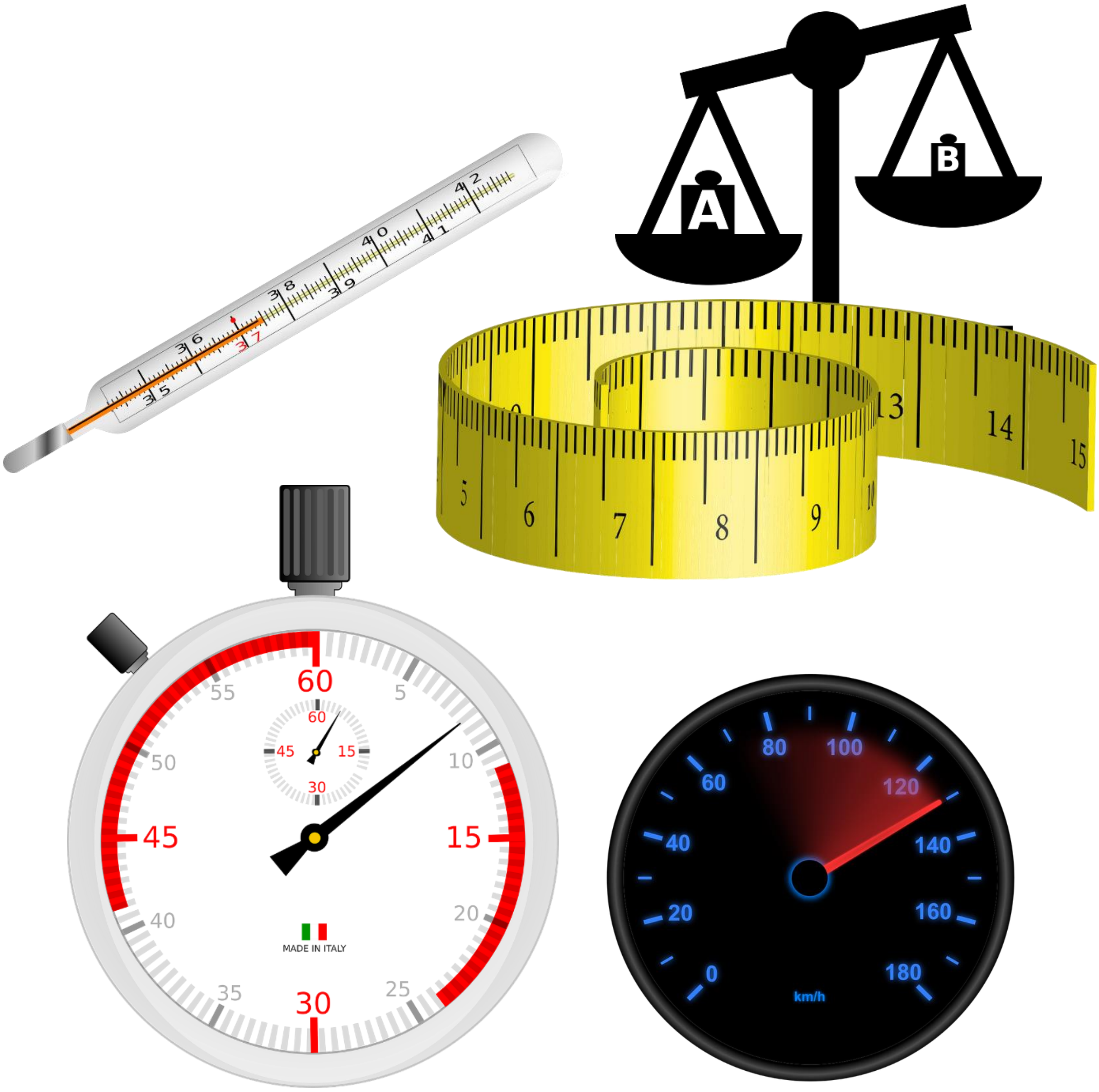
Fragestellung: Welchen Anteil vom gesamten Würfel machen die entfernten Spielwürfel aus?

A)	$\frac{7}{12}$
B)	$\frac{1}{9}$
C)	$\frac{7}{27}$
D)	*Keine der genannten Lösungen*

ANMERKUNG hierzu:

Neue Verknüpfungen: räumliche Geometrie, „Kopfgeometrie in der Volksschule“, Raumvorstellung, mental processing <> **germane** cognitive load

Größen und Maße



Wieder wählen wir unser Schulbuch …

Das Zahlenbuch 1

Werfen einen Blick zurück auf unser Thema (Maße und Größen) und durchforsten das Inhaltsverzeichnis …

Welche Stellen greifen unser Thema auf?

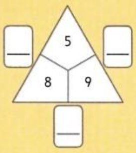
Inhaltsverzeichnis

2

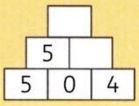
Ausgewiesene inhaltliche Kompetenzen: ■ Arbeiten mit Zahlen ■ Arbeiten mit Ebene und Raum ■ Arbeiten mit Größen
Die Kompetenz „Arbeiten mit Operationen“ ist integraler Bestandteil aller dieser Bereiche. Die grün unterlegten Bereiche kennzeichnen Aufgaben mit natürlicher Differenzierung.

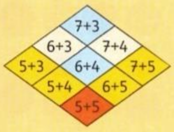
Inhaltsverzeichnis

Integrierende Übungen

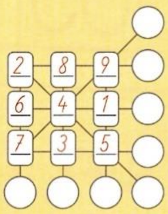


Vertiefende Übungen





Ergänzende Übungen



Mini-Projekte

Schreibe in dein Heft.

Findet zuerst eine passende Frage.

Hier könnt ihr viele Aufgaben finden.

Arbeitet und besprecht gemeinsam.

Hier könnt ihr euch an die Lösungen heranschnüffeln.

Hier sollt ihr miteinander etwas forschen, finden, erklären.

Mathekonferenz

Blitzrechnen

→ weist auf passende Seiten im Arbeitsheft bzw. auf die Blitzrechnen-CD-ROM hin. Die Mini-Projekte sind zeitlich passend einzuordnen bzw. mit entsprechenden Themen des Sachunterrichts zu kombinieren.

Schlagen wir mal nach auf Seite …

Seite 44

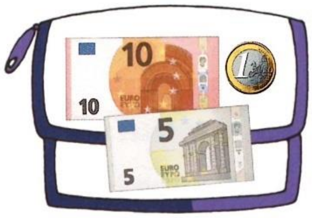
Münzen und Scheine bis 20 Euro

1

2

18 Euro

.... Euro



.... Euro

.... Euro

.... Euro

.... Euro

3 Lege 11 Euro.

4 Lege 17 Euro.

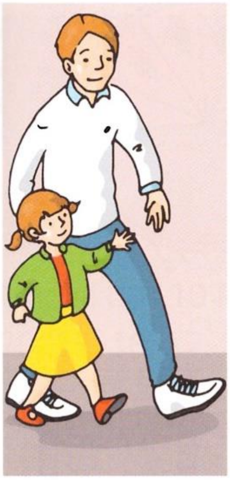
5 Lege 19 Euro.

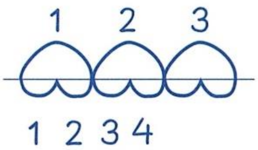
44

1-Euro- und 2-Euro-Münze, 5-Euro-, 10-Euro- und 20-Euro-Schein vorstellen. **1** Eintritt 20 Euro auf verschiedene Weise legen: „Wie kann die Familie den Eintritt bezahlen?“ **2** Geldbeträge bestimmen. **3–5** Weitere Geldbeträge legen. Evtl. Blitzrechenübung „Immer 20“ mit Geld durchführen (s. Seite 41). → Arbeitsheft, Seite 29 oder Seite 45

Messen mit dem Meterstab

1 Wenn Papa 1 Schritt macht, macht Eva 2 Schritte. Zeichne.

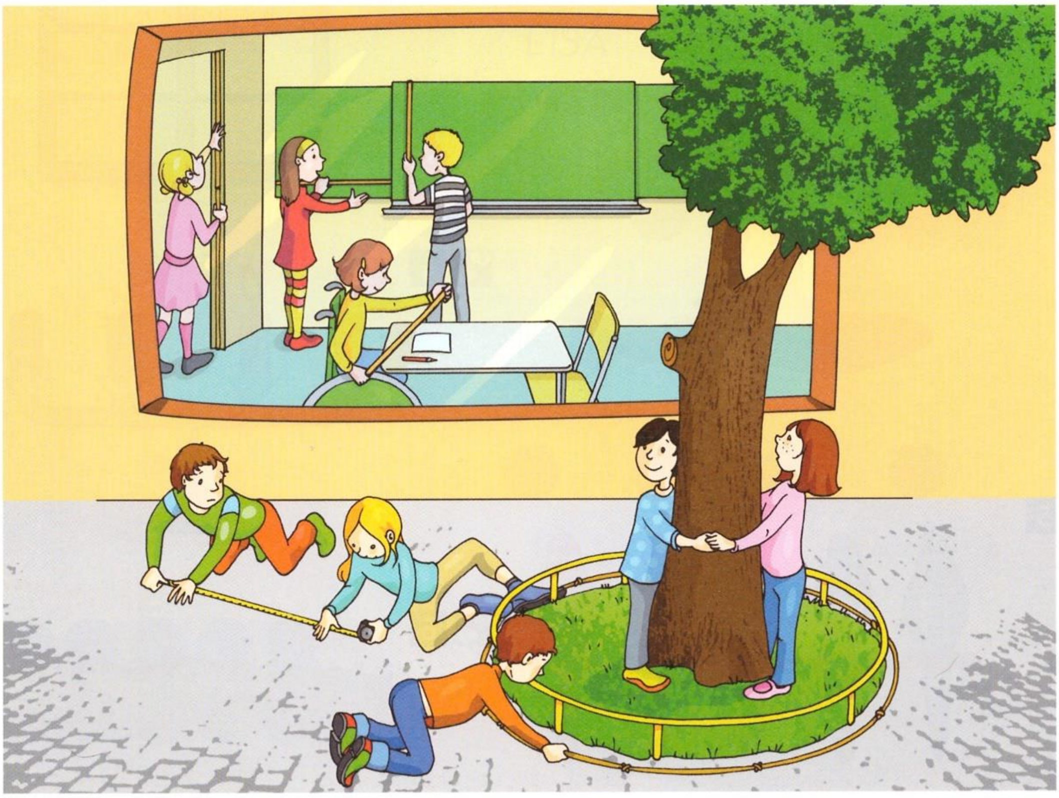




2 Wie viele Schritte misst das Klassenzimmer?

Lukas zählt 12 Schritte.
Marie zählt 14 Schritte. Erkläre.

3 Die Kinder messen mit dem Meterstab.

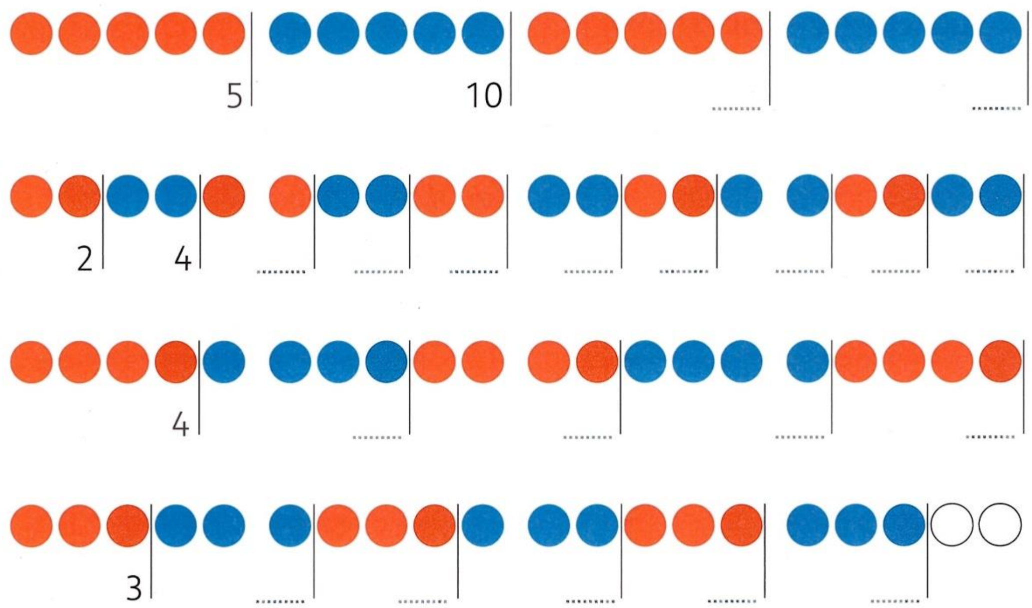


1, 2 Situationen nachvollziehen und selbst durchführen. Schritte zählen und dabei Zahlen als Operator erfahren.
3 Meterstäbe und Knotenschnüre (Knoten in 1 m Abstand) herstellen und Längen ungefähr ausmessen. Stützpunktwissen für 1 m (Armspanne) aufbauen. Notwendigkeit normierter Maße besprechen.

oder auf Seite 100

Zählen in Schritten

1 **2** **3** **4**



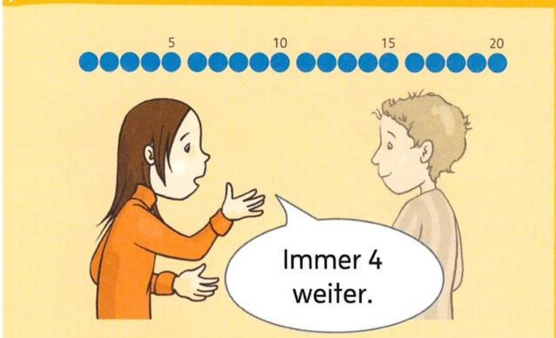
5 Zähle vorwärts.
Fünferschritte: 5, 10, ...
Zweierschritte: 2, 4, ...
Viererschritte: 4, 8, ...
Dreierschritte: 3, 6, ...

6 Zähle rückwärts.
Zweierschritte: 20, 18, ...
Fünferschritte: 20, 15, ...
Viererschritte: 20, 16, ...
Dreierschritte: 21, 18, ...

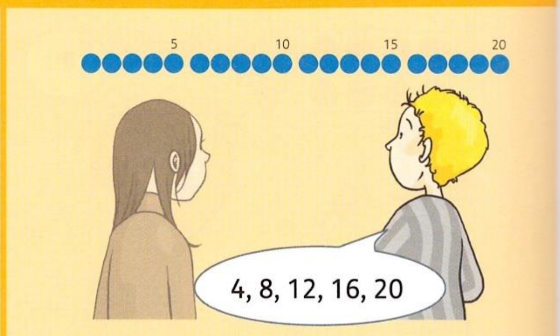
7 Welche Schritte führen zu 12?

8 Welche Schritte führen zu 20?

Blitzrechnen: Zählen in Schritten



Schritte vorgeben.



In Schritten zählen.

1–4 In Schritten an der Zwanzigerreihe zählen. **5–8** Mündlich rechnen. Zur Grundlegung und zum weiteren regelmäßigen Üben aufgeklappte Umschlagseite im Schülerbuch benutzen.
→ CD-ROM, Zählen in Schritten

Kilogramm

1 Immer 1 kg.

Auch diese Waren wiegen etwa 1 kg.

! 1 Kilogramm = 1 kg

2 Wie schwer?

.... kg .... kg

.... kg

.... kg

Ein Koffer wiegt 10 Kilogramm. Wie schwer sind 2 Koffer?

3 Ein Sack Kartoffeln wiegt 2 Kilogramm.
Vater holt auf dem Wochenmarkt 3 Säcke.
Wie schwer sind sie zusammen? .... kg

1 Maßeinheit Kilogramm einführen und Beispiele für 1 Kilogramm besprechen. **2, 3** Gesamtgewichte jeweils rechnerisch bestimmen.

oder Seite 107

1 Immer 1 Liter.

! 1 Liter = 1 L

2 Wie viel Liter?

.... Liter

3 Wie viel Liter?

.... Liter

4

zusammen: .... Liter

5

zusammen: .... Liter

1 Maßeinheit Liter einführen und Beispiele für 1 Liter besprechen. **2–5** Jeweils Anzahl der Liter rechnerisch bestimmen.

Messen

1

20 Blumen.
Pro Strauß 5 Blumen.
Wie viele Sträuße erhält man?

2

30 Eier.
Pro Packung 6 Eier.
Wie viele Packungen kann man füllen?

3

24 Zitronen.
Pro Netz 3 Zitronen.
Wie viele Netze kann man füllen?

4 24 Kinder. Pro Tisch 4 Kinder. Wie viele Tische braucht man?

122 ■ **1–4** Aufgaben durch Einkreisen lösen. Evtl. mit Plättchen nachlegen.

1 Verteile gerecht an 3 Kinder.

Jedes Kind erhält .... Lutscher.

Jedes Kind erhält .... Stücke.

2 Verteile gerecht an 4 Kinder.

Jedes Kind erhält .... Kekse.

Jedes Kind erhält .... Schokoriegel.

3 Verteile gerecht an 5 Kinder.

Jedes Kind erhält .... Luftballons.

Jedes Kind erhält .... Bilder.

■ **1–3** Jede Aufgabe zunächst mit Plättchen als Stellvertreter nachlegen und dann an Kinder gerecht verteilen.

Alle Münzen

Centmünzen

Euromünzen

1 Immer 10 Cent. Lege und zeichne. Wie viele Münzen?

1 1 1 1 1 1 1 1 1 1	10
5 2 2 1	4

2 Immer 20 Cent. Lege und zeichne. Wie viele Münzen?

20	1
10 5 5	3

3 Ich habe 2 Kupfermünzen. Wie viel Cent könnten es sein?

Erster Überblick über Centmünzen. 1-, 2-, 5-, 10-, 20-, 50-Cent-Münzen vorstellen. **1, 2** Passende Münzen legen und zeichnen. **3** Mit Rechengeld probieren.

1 Wie viele Münzen von jeder Sorte sind es?

! 1 Euro hat 100 Cent.

100	hundert
90	neunzig
80	achtzig
70	siebzig
60	sechzig
50	fünfzig
40	vierzig
30	dreißig
20	zwanzig
10	zehn

2 Immer 1 Euro. Lege und zeichne.

1 Euro
50 10 10 10 10 10
50 50

3

Milena kauft:	Sie gibt:
	

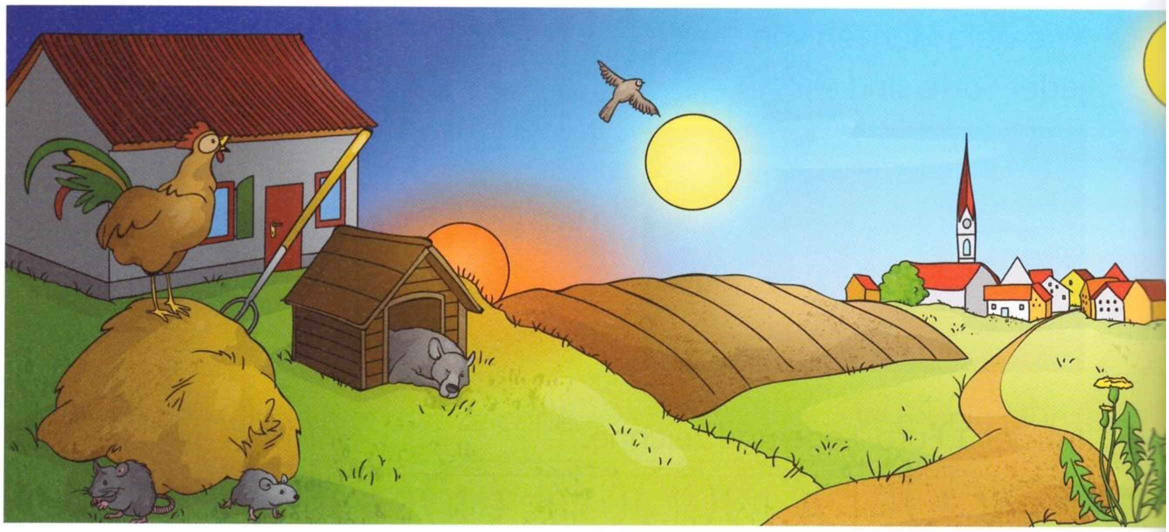
Wie viel Cent bekommt sie zurück?

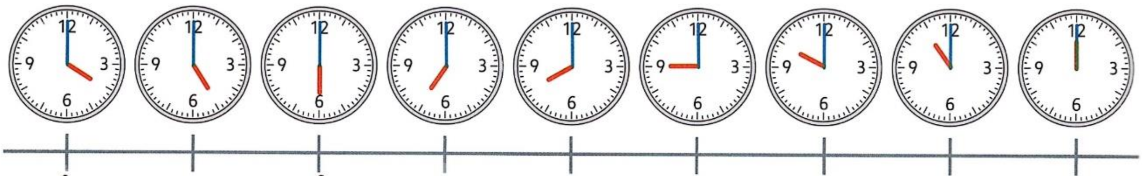
Niki kauft:	Er gibt:
	

Wie viel Cent bekommt er zurück?

4 Immer 50 Cent. Lege und zeichne.

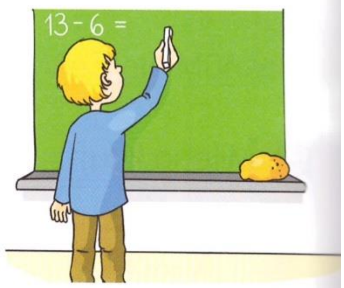
■ **1** Anzahl der Münzen von jeder Sorte, evtl. auch Beträge bestimmen. **2** Wechseln von Euro in Cent. **3** Mit Rechengeld legen und mündlich lösen. **4** Mit Rechengeld legen und zeichnen. → Arbeitsheft, Seite 64





4 5 6 7 8 9 10 11 12

1 Wann ist Mittag?
Wie sieht dein Tag aus?
Erzähle.

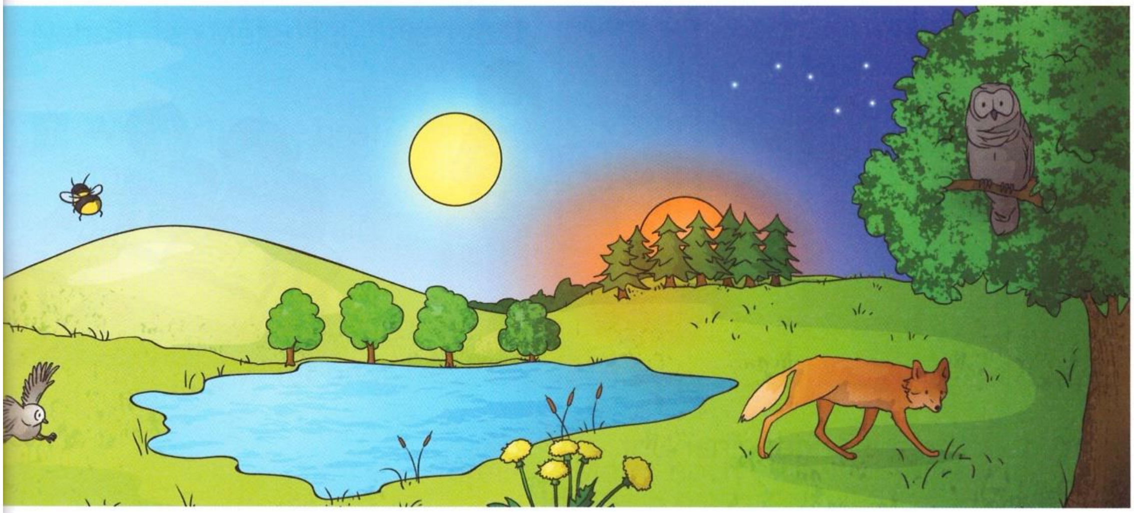


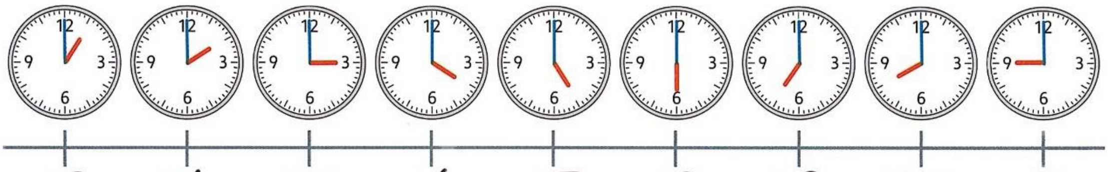
Simon steht um 7 Uhr auf.

2 Von 8 Uhr bis 15 Uhr
geht Simon in die Schule und den Hort.
Wie viele Stunden sind dies?

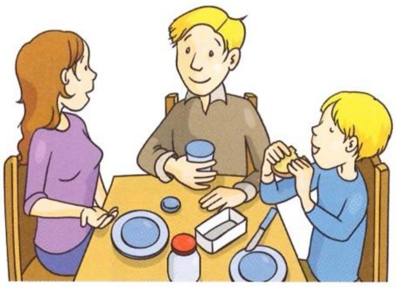
3 Simons Mutter geht von
9 Uhr bis 14 Uhr arbeiten.
Wie viele Stunden sind dies?

■ Mini-Projekt „Zeit" parallel zum Sachunterricht einordnen. Die Landschaft mit Blumen, Tieren und dem jeweiligen Sonnenstand beschreiben, den Tagesablauf zu Uhrzeiten in Bezug setzen und erzählen. Uhrzeiten auf Lernuhr einstellen und ablesen. Fehlende Uhrzeiten (0, 1, 2, 3, 22, 23, 24 Uhr (= 0 Uhr des nächsten Tages)) mündlich ergänzen. **1–3** Auf der Zeitleiste zeigen und rechnen.





13	14	15	16	17	18	19	20	21
1	2	3	4	5	6	7	8	9



Simon geht um 20 Uhr ins Bett.

4 Von 16 Uhr bis 18 Uhr hat Simon Fußballtraining. [?]

5 Wie viele Stunden ist Simon wach?

6 Wie viele Stunden schläft Simon?

■ Die Landschaft mit Blumen, Tieren und dem jeweiligen Sonnenstand beschreiben, den Tagesablauf zu Uhrzeiten in Bezug setzen und erzählen. Uhrzeiten auf Lernuhr einstellen und ablesen. **4–6** Auf der Zeitleiste zeigen und rechnen. → Arbeitsheft, Seite 65

Sekunde – Minute – Stunde

1 Erzähle.

2 Beobachte die Zeiger einer Uhr.

1 Stunde hat .... Minuten.   1 Minute hat .... Sekunden.

3 Wie lange dauert es etwa?


Zähne putzen


deine Lieblingssendung


Fußballspiel

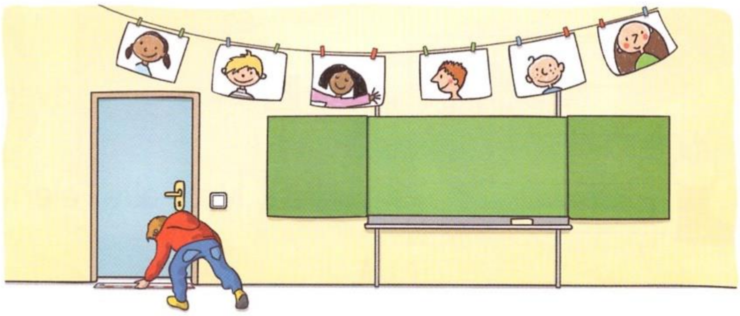
4 Versuche für 1 Minute die Augen zu schließen.

1–4 Gefühl für die Dauer von Sekunde (Pulsschlag), Minute (Anziehen für die Schule) und Stunde (Schulstunde) an Sachsituationen entwickeln. Länge einer Schulstunde und Pause als grobe Stützpunktvorstellung für 1 Stunde bewusst machen.

Nehmt den Meterstab und messt.

1 Wie hoch? Wie breit?
Tür: .... Meter hoch
Tür: .... Meter breit

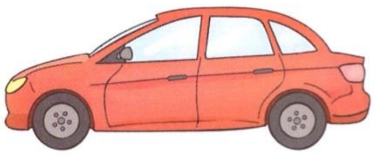
Tafel: .... Meter hoch
Tafel: .... Meter breit



Tafel: .... Meter hoch Tafel: .... Meter breit

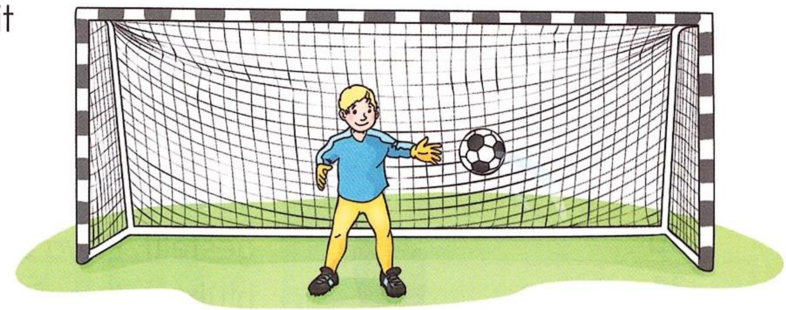
2 Wie lang und wie hoch sind die Fahrzeuge?

Länge: .... Meter Höhe: .... Meter



Länge: .... Meter Höhe: .... Meter

3 Wie hoch und wie breit ist ein Fußballtor?
Höhe: .... Meter
Breite: .... Meter



■ **1–3** Längen in ganzen Metern oder ungefähr angeben (z. B. etwas mehr als 2 Meter, zwischen 1 und 2 Meter).

Unterrichtsplanung | Zentrale Fragestellungen

Was genau soll jedes Kind über Größen und Maße wissen?

Welche Fähigkeiten sind mit diesem Wissen verbunden?

Wie sieht eine entsprechende Lernzielüberprüfungsaufgabe aus?

Was müssen wir unternehmen, damit sich die Kinder auch nach einem Jahr noch an die Inhalte erinnern und dieses Wissen anwenden können?

Arbeiten mit Hilfe von Aufgabenstellungen:

1) Vollständig ausgearbeitete Aufgaben

2) Modellieren der Lösungsstrategie für Aufgaben in direkter Instruktion

3) Ein sich entwickelndes Tafelbild

4) Teilweise ausgearbeitete Aufgaben

5) Selbstständiges Üben

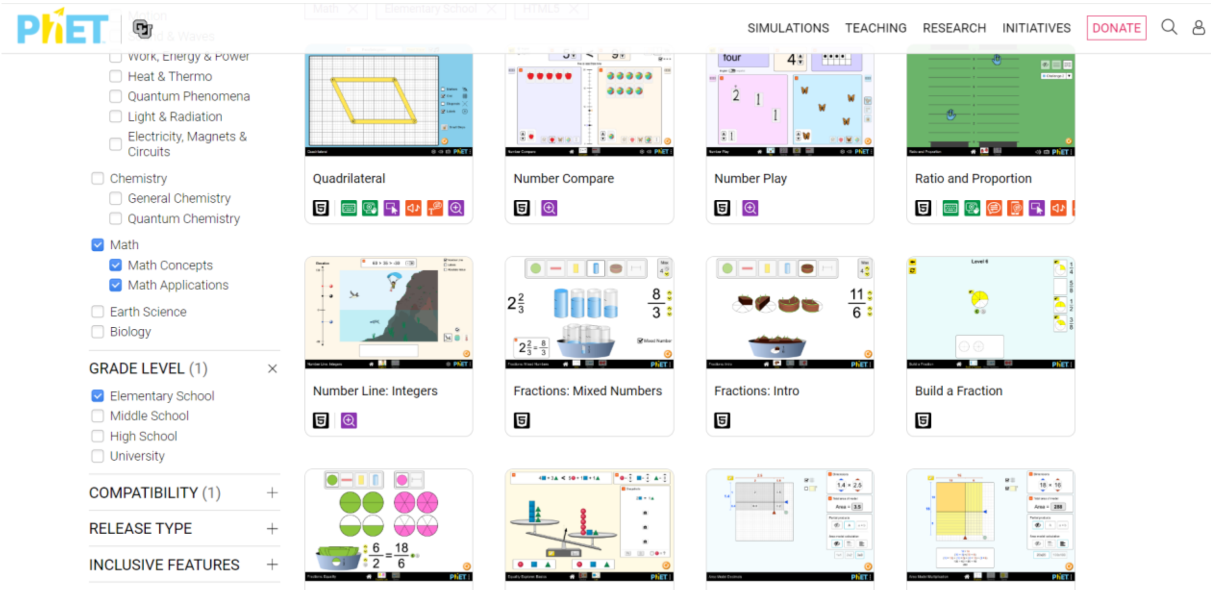
Beispielhaft mit Materialien der PIKAS-Seite erläutert:

https://pikas.dzlm.de/unterricht/gr%C3%B6%C3%9Fen-und-messen/gr%C3%B6%C3%9Fenvorstellungen-und-umgang-mit-gr%C3%B6%C3%9Fen/mit-gr%C3%B6%C3%9Fen-umgehen-rechnen

https://pikas.dzlm.de/unterricht/gr%C3%B6%C3%9Fen-und-messen

Unterrichtsunterlagen (digitale Offensive > Tablets in der Primar)

https://phet.colorado.edu/en/simulations/filter?subjects=math&levels=elementary-school&type=html



Mathe sprechen …

„Zwei Teile von insgesamt vier gleich großen Teilen von einer zuvor vereinbarten Anzahl von Objekten“

„Zwei Teile von insgesamt vier gleich großen Teilen von einer zuvor vereinbarten Fläche“

„2 Teile von insgesamt 4 gleich großen Teilen von einer zuvor vereinbarten Anzahl von Objekten“

„2 Teile von insgesamt 4 gleich großen Teilen von einer zuvor vereinbarten Fläche“

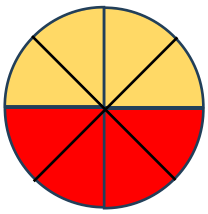
$\frac{2}{4}$ von einer zuvor vereinbarten Anzahl von Objekten

$\frac{2}{4}$ von einer zuvor vereinbarten Fläche

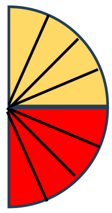
$\frac{2}{4}$ von …

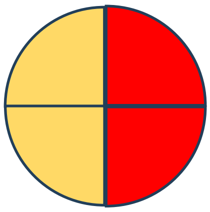
$\frac{2}{4}$ von der gesamten Pizza

$\frac{2}{4}$ von der halben Pizza

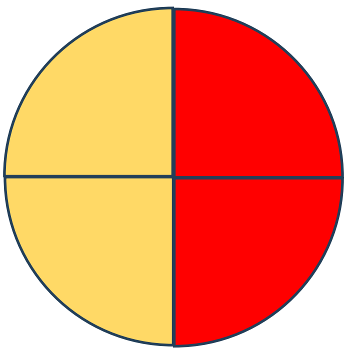


$$\frac{2}{4} = \frac{1}{2} = \frac{4}{8}$$



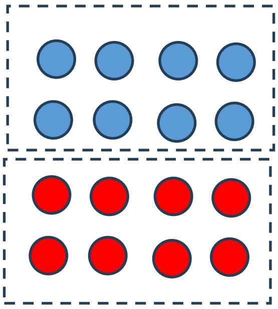


$$\frac{2}{4} = \frac{1}{2} = \frac{4}{8}$$

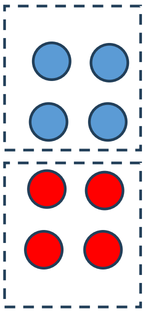


$$\frac{2}{4} = \frac{1}{2} = \frac{4}{8}$$

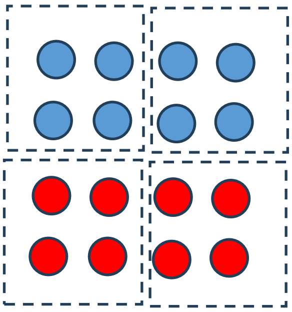
$\frac{2}{4}$ von sechzehn Murmeln	$\frac{2}{4}$ von acht Murmeln



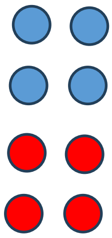
$$\frac{2}{4} = \frac{1}{2} = \frac{4}{8}$$

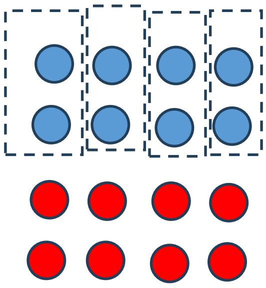


„BÜNDELUNG“

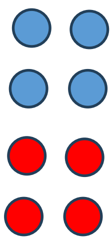


$$\frac{2}{4} = \frac{1}{2} = \frac{4}{8}$$

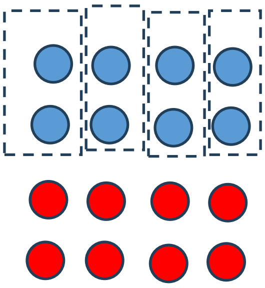




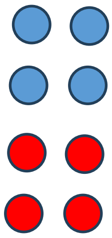
$$\frac{2}{4} = \frac{1}{2} = \frac{4}{8}$$



Verknüpfung der beiden obigen Konzepte:



$$\boxed{\frac{2}{4} = \frac{1}{2} = \frac{4}{8} = \frac{\mathbf{8}}{\mathbf{16}}}$$

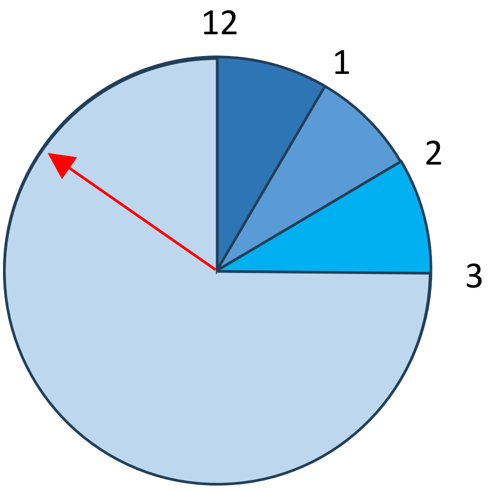


➔ Nun benötigen wir „halbe Kreise“ für die gerechte Aufteilung

Verknüpfung Maßeinheit Zeit und Brüche:

(Uhrzeit ablesen)

Aufteilung in 12 gleich große Teile:



Ebenso hier ein Thema: Winkelmaß: 30°, 60°, 90°

Und Verknüpfung zum gleichseitigen Dreieck

Minutenzeiger:

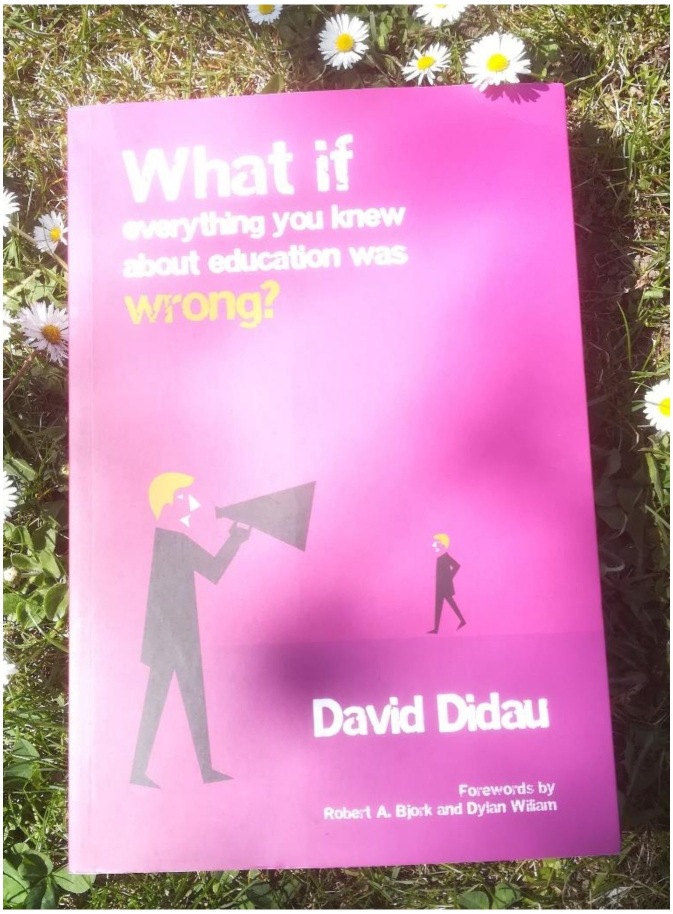
„Eine viertel Stunde“

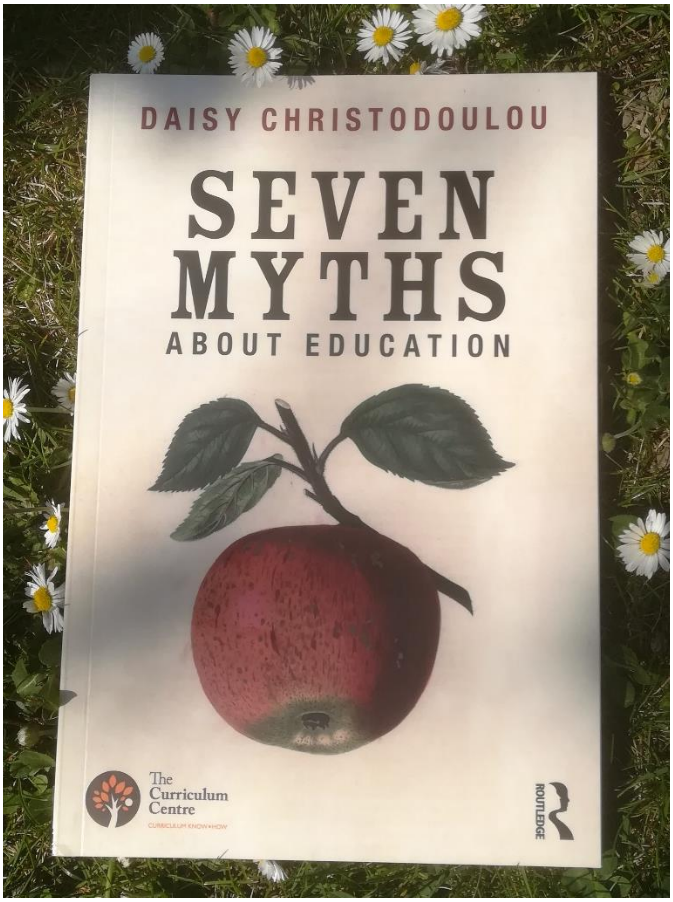
„Eine halbe Stunde“

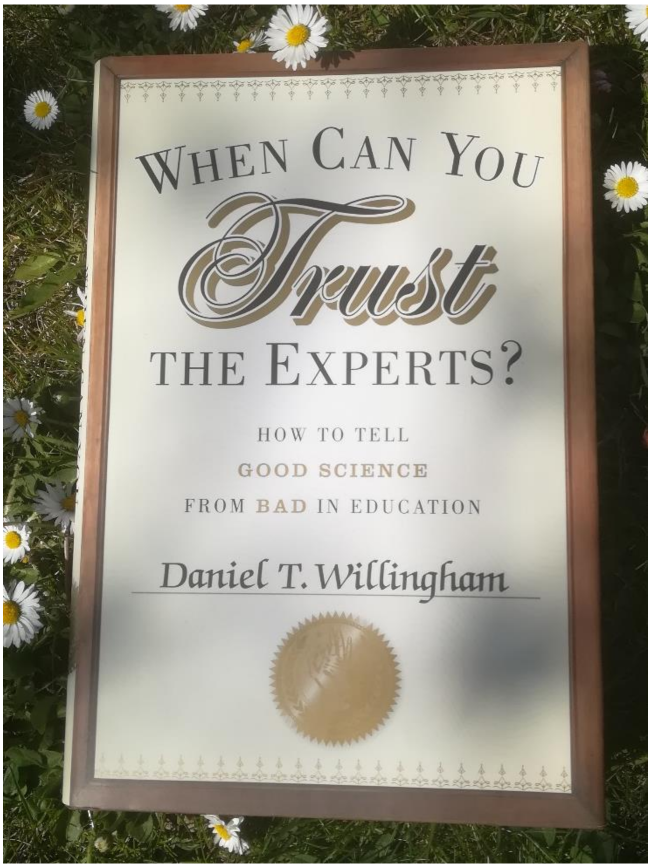
SOMMERlektüre

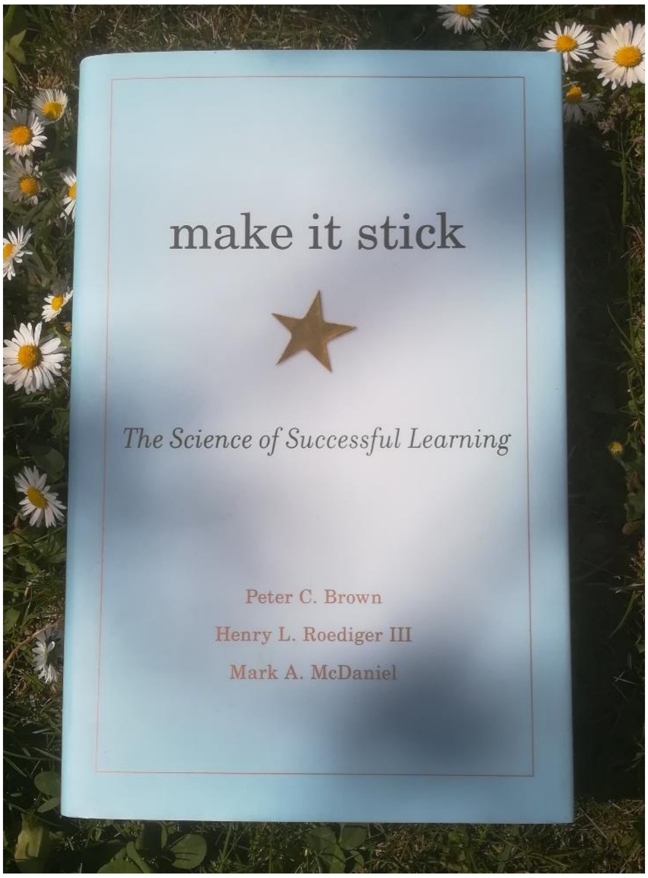
SEHR empfehlenswert ist ein „Rückhalt“ durch die Fachcommunity:

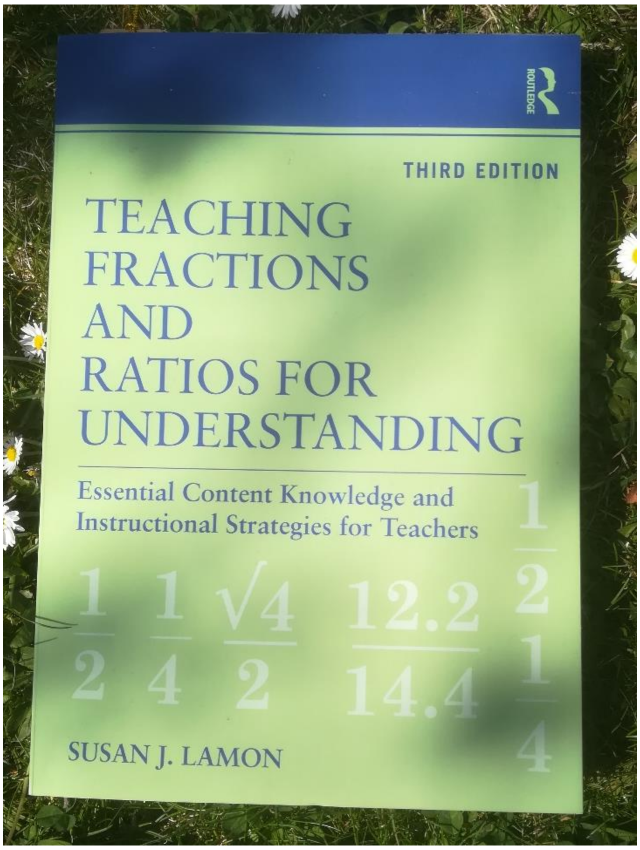
ABO https://www.friedrich-verlag.de/grundschule/mathematik/grundschule-mathematik/

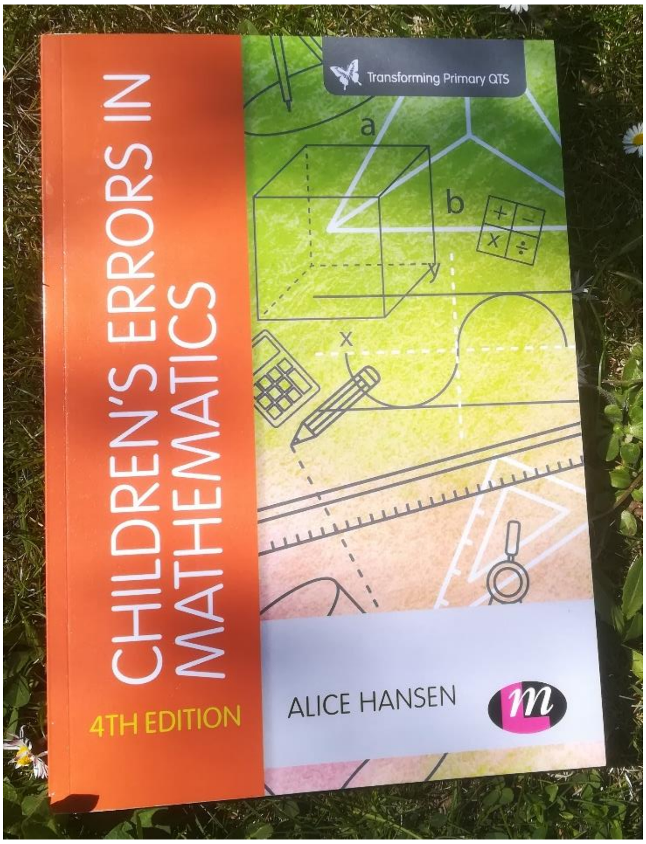

What if
everything you knew
about education was
wrong?
David Didau
Forewords by
Robert A. Bjork and Dylan Wiliam

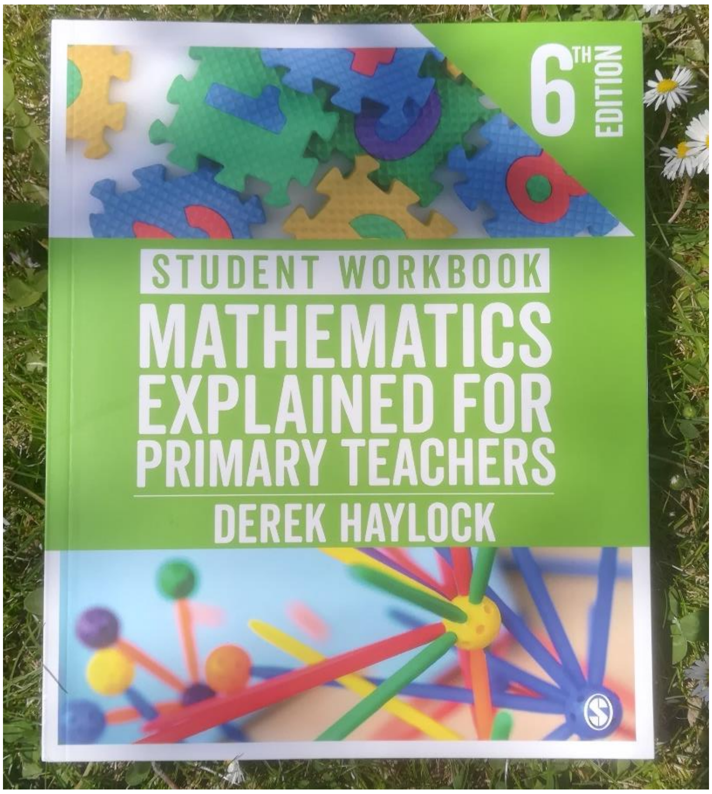

DAISY CHRISTODOULOU
SEVEN
MYTHS
ABOUT EDUCATION
The
Curriculum
Centre
ROUTLEDGE

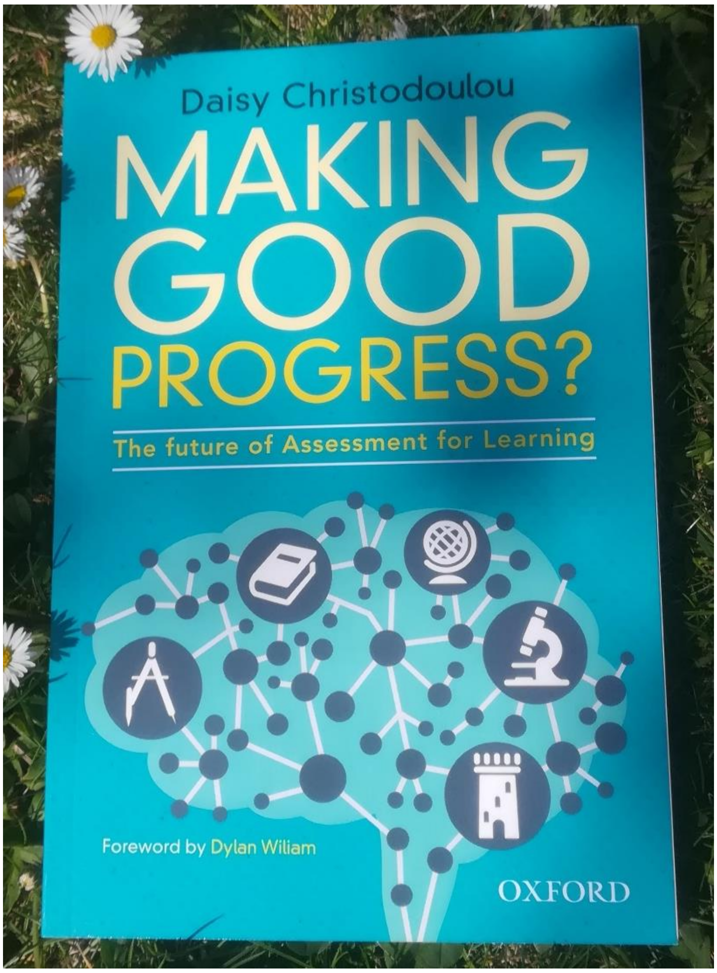

WHEN CAN YOU
Trust
THE EXPERTS?
HOW TO TELL
GOOD SCIENCE
FROM BAD IN EDUCATION
Daniel T. Willingham

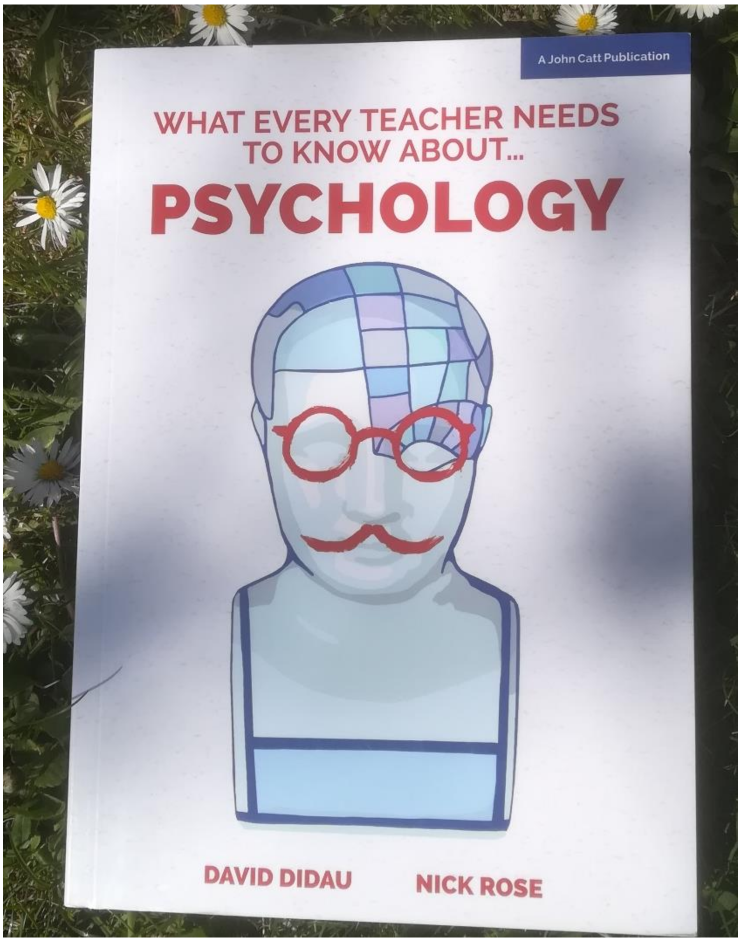

make it stick
The Science of Successful Learning
Peter C. Brown
Henry L. Roediger III
Mark A. McDaniel

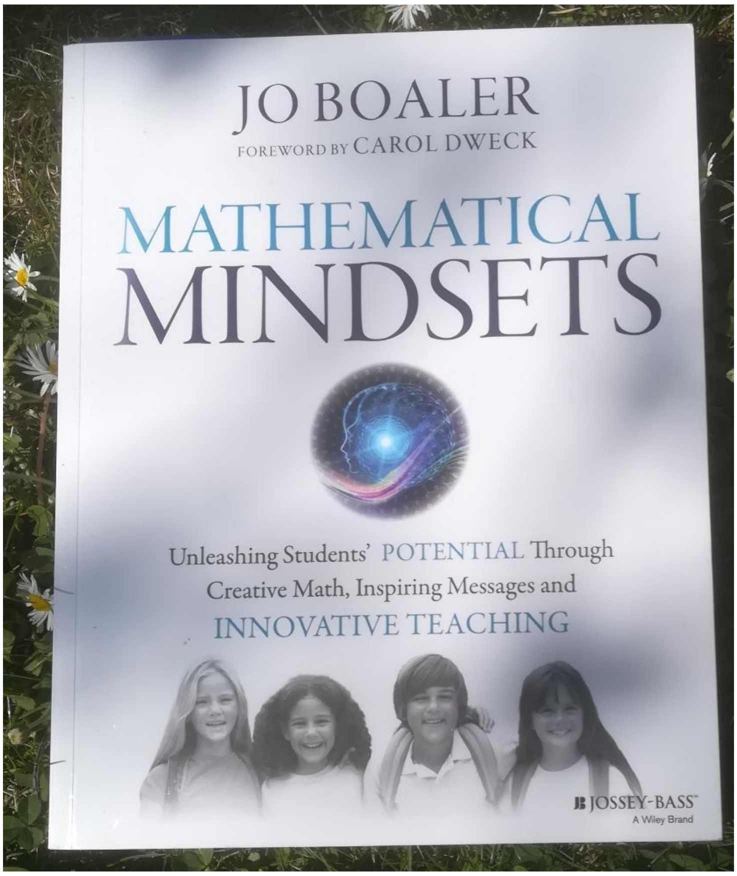

ROUTLEDGE
THIRD EDITION
TEACHING FRACTIONS AND RATIOS FOR UNDERSTANDING
Essential Content Knowledge and Instructional Strategies for Teachers
SUSAN J. LAMON

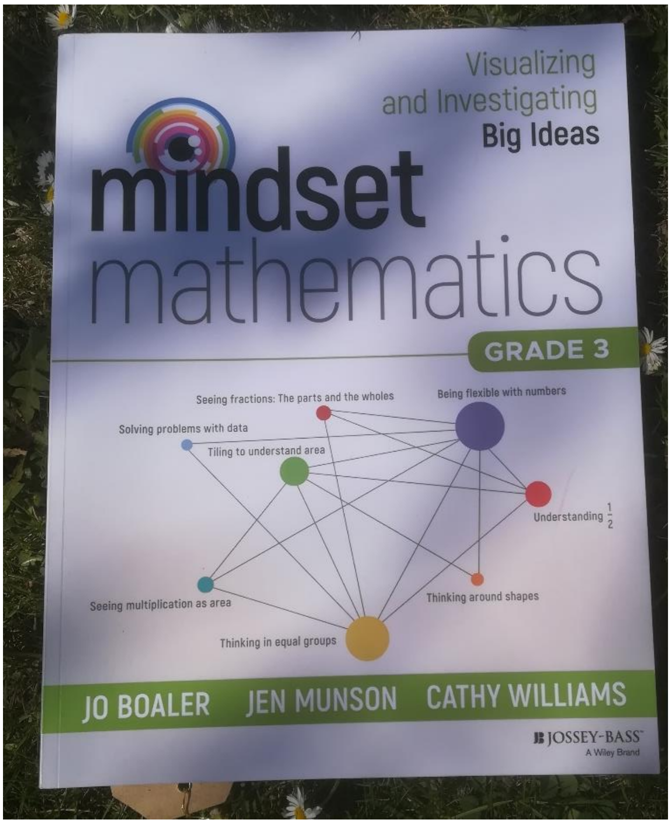

Transforming Primary QTS
CHILDREN'S ERRORS IN MATHEMATICS
4TH EDITION
ALICE HANSEN

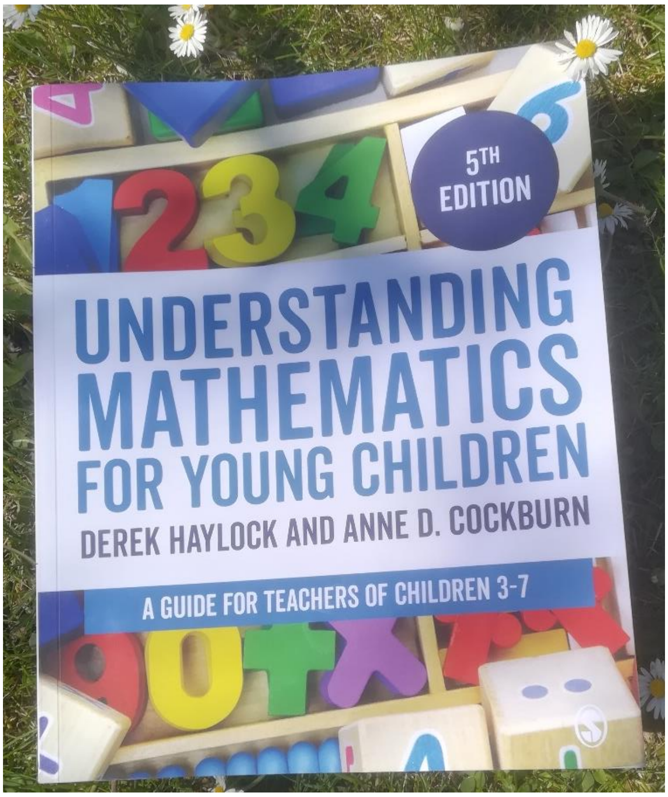

6TH EDITION
STUDENT WORKBOOK
MATHEMATICS EXPLAINED FOR PRIMARY TEACHERS
DEREK HAYLOCK

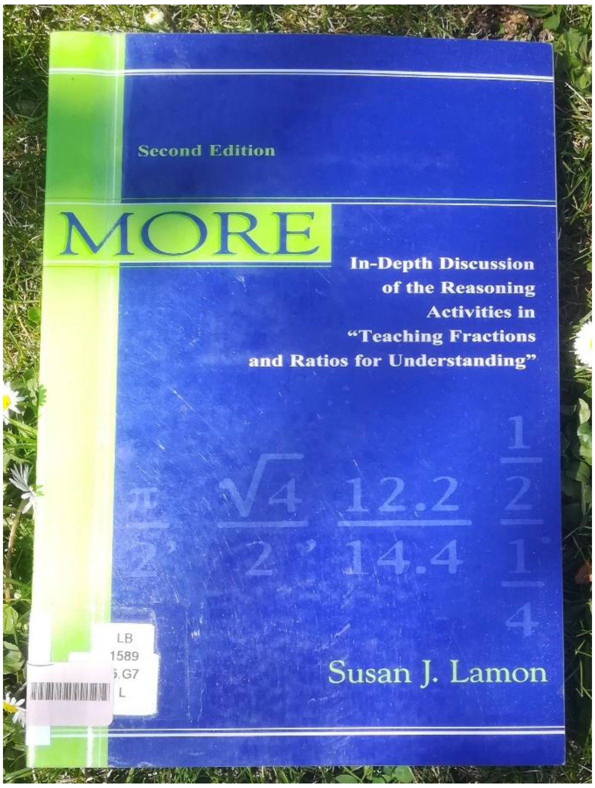

Daisy Christodoulou
MAKING GOOD PROGRESS?
The future of Assessment for Learning
Foreword by Dylan Wiliam
OXFORD

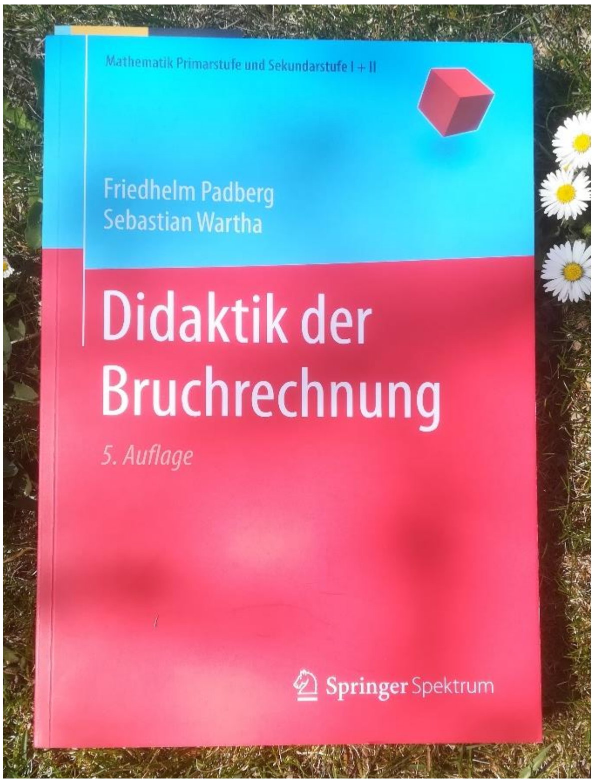

A John Catt Publication
WHAT EVERY TEACHER NEEDS TO KNOW ABOUT...
PSYCHOLOGY
DAVID DIDAU
NICK ROSE

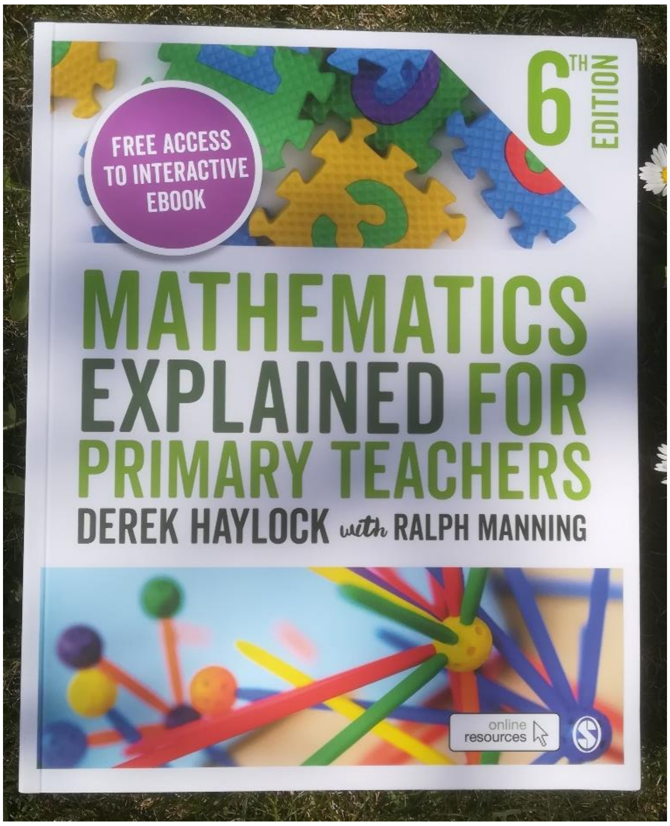

JO BOALER
FOREWORD BY CAROL DWECK
MATHEMATICAL
MINDSETS
Unleashing Students' POTENTIAL Through
Creative Math, Inspiring Messages and
INNOVATIVE TEACHING
JOSSEY-BASS
A Wiley Brand

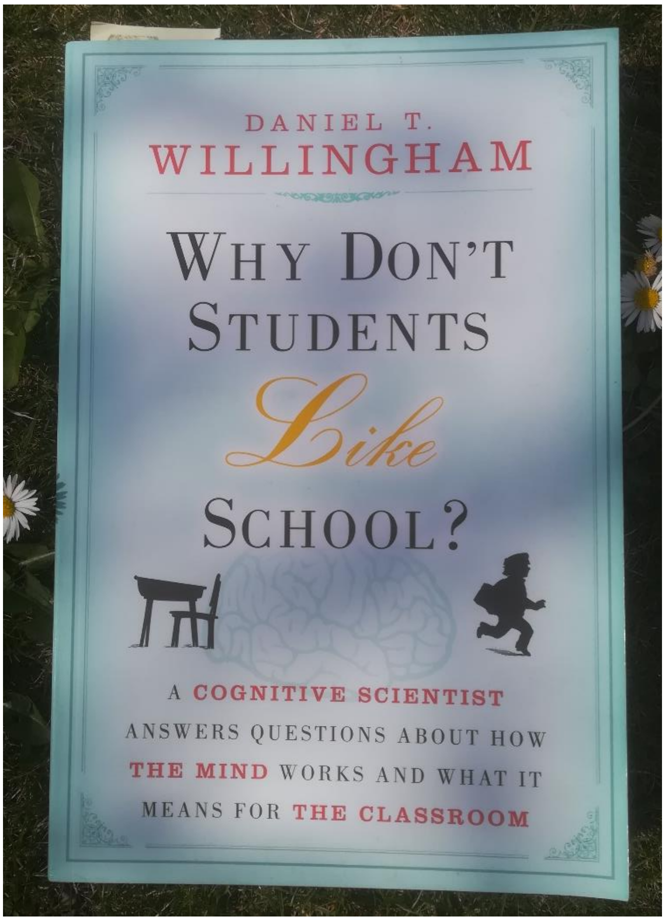

Visualizing
and Investigating
Big Ideas
mindset
mathematics
GRADE 3
Seeing fractions: The parts and the wholes
Being flexible with numbers
Solving problems with data
Tiling to understand area
Understanding $\frac{1}{2}$
Seeing multiplication as area
Thinking around shapes
Thinking in equal groups
JO BOALER JEN MUNSON CATHY WILLIAMS
JOSSEY-BASS
A Wiley Brand


5TH
EDITION
UNDERSTANDING
MATHEMATICS
FOR YOUNG CHILDREN
DEREK HAYLOCK AND ANNE D. COCKBURN
A GUIDE FOR TEACHERS OF CHILDREN 3-7


Second Edition
MORE
In-Depth Discussion
of the Reasoning
Activities in
"Teaching Fractions
and Ratios for Understanding"
Susan J. Lamon


Mathematik Primarstufe und Sekundarstufe I + II
Friedhelm Padberg
Sebastian Wartha
Didaktik der
Bruchrechnung
5. Auflage
Springer Spektrum


FREE ACCESS TO INTERACTIVE EBOOK
6TH EDITION
MATHEMATICS EXPLAINED FOR PRIMARY TEACHERS
DEREK HAYLOCK with RALPH MANNING
online resources


DANIEL T. WILLINGHAM
WHY DON'T STUDENTS Like SCHOOL?
A COGNITIVE SCIENTIST ANSWERS QUESTIONS ABOUT HOW THE MIND WORKS AND WHAT IT MEANS FOR THE CLASSROOM